

А. А. ТАРАНЦЕВ, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры организации пожаротушения и проведения аварийно-спасательных работ, Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России (Россия, 196105, г. Санкт-Петербург, Московский просп., 149); заведующий лабораторией, Институт проблем транспорта им. Н. С. Соломенко РАН (Россия, 199178, г. Санкт-Петербург, 12-я линия ВО, 13; e-mail: t_54@mail.ru)

А. Л. ХОЛОСТОВ, д-р техн. наук, доцент, заместитель начальника кафедры специальной электротехники, автоматизированных систем и связи, Академия ГПС МЧС России (Россия, 129366, г. Москва, ул. Бориса Галушкина, 4; e-mail: holostov@mail.ru)

А. А. ТАРАНЦЕВ, преподаватель кафедры пожарной тактики и службы, Академия ГПС МЧС России (Россия, 129366, г. Москва, ул. Бориса Галушкина, 4; e-mail: dask_cradle@mail.ru)

УДК 614.843, 628.1

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С РАЗНОТИПНЫМИ ЗАЯВКАМИ В ЗАДАЧАХ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ ОБЪЕКТОВ

Предложено обосновывать количественные решения при проектировании и эксплуатации систем безопасности автономных объектов на основе методов теории массового обслуживания. Рассмотрены задачи анализа и синтеза систем массового обслуживания при решении задач обеспечения безопасности объектов (например, систем противопожарной или противоаварийной защиты автономного удаленного объекта), особенностью которых является наличие различных типов заявок, требующих разного времени обслуживания (например, пожарно-спасательными подразделениями или ремонтно-восстановительными бригадами). Получены аналитические выражения для вероятностей состояний систем обслуживания. Сформулирована задача анализа как нахождения вероятности отказа системы в приеме заявки какого-либо типа по причине занятости всех каналов обслуживания, когда известны интенсивности поступления заявок и скорости их обслуживания. Сформулирована задача синтеза как нахождения необходимого числа каналов обслуживания при заданных ограничениях на вероятности отказа в приеме заявок. Приведены примеры расчета данных характеристик для одно-, двух- и трехканальной систем массового обслуживания с двумя и тремя типами заявок.

Ключевые слова: пожары; чрезвычайные ситуации; разнотипные заявки; системы массового обслуживания; система безопасности объекта.

DOI: 10.18322/PVB.2017.26.09.54-64

Введение

В настоящее время особенно актуальными становятся вопросы обеспечения безопасности автономных или труднодоступных объектов (например, в северных районах или в Арктической зоне) [1–4]. При проектировании и эксплуатации систем безопасности этих объектов необходимо обосновывать решения по их количественным показателям. В качестве таких показателей может рассматриваться число универсальных аварийно-наладочных и пожарно-спасательных подразделений, принимающих участие в ликвидации чрезвычайных ситуаций (ЧС) различного характера, а также вероятностно-временные характеристики их реагирования на ЧС. Эти решения могут быть обоснованы с использованием методов теории массового обслуживания.

Теория массового обслуживания широко применяется для решения многих прикладных задач в различных областях науки и техники, в том числе в системах пожарной и промышленной безопасности [5–9]. Практический интерес в этих случаях представляют в основном задачи двух видов — анализ и синтез [6, 10, 11]. В первом случае, исходя из известных интенсивностей (частот) возникновения пожаров или других чрезвычайных ситуаций (которые представляются как заявки, поступающие на обслуживание) $\{\lambda\}$, скоростей их ликвидации (обслуживания) $\{\mu\}$, числа n каналов обслуживания (КО), в качестве которых рассматриваются такие ресурсы системы безопасности, как: количество единиц техники, личного состава, материальных средств и мест в очереди на обслуживание m , определяются веро-

ятности $\{p\}$ состояний системы массового обслуживания (СМО) (которые могут рассматриваться как показатели возможности выполнения системой безопасности своих функций). Из этих состояний представляют интерес ключевые: S_0 — проблемных ситуаций не возникло (заявок не поступило), все КО свободны; S_n — свободен хотя бы один КО, способный отреагировать на проблему (обслужить заявку); $S_{отк}$ — все n КО заняты, на возникшую проблему нет возможности отреагировать (заявка получает отказ в обслуживании), такая ситуация может привести к катастрофическим последствиям. Вероятности таких состояний соответственно p_0, p_n и $p_{отк}$. После количественного определения ключевых вероятностей появляется возможность сделать вывод о том, насколько эффективно система может обеспечить безопасность защищаемого объекта.

Во втором случае (задача синтеза СМО) по заданным допустимым значениям вероятностей p_0, p_n и $p_{отк}$ и известным частотам $\{\lambda\}$ подбираются необходимые количественные характеристики системы, такие как число КО n , число мест в очереди и/или скорости обслуживания $\{\mu\}$ [5].

Решение задач, связанных с функционированием СМО, подробно рассматривается в специальной литературе [5, 6, 12–17]. Для удобства сформулированы общепринятые допущения. В частности, считается [5], что, поскольку поток заявок простейший, время обслуживания подчинено экспоненциальному закону, процессы приема-обслуживания установившиеся, каждый КО обслуживает заявку самостоятельно, задача синтеза многоканальной СМО с очередью может решаться с использованием номограмм [6, 10], а задача анализа — по достаточно простым аналитическим выражениям [5, 6].

Теоретические основы (постановка задачи)

В работе [11] рассмотрены задачи анализа и синтеза СМО с несколькими типами заявок, для обслуживания которых требуется привлечение одного, двух, трех или более КО. С учетом особенностей функционирования систем безопасности становится актуальной разработка математической модели системы безопасности как СМО, в которую поступают m потоков разнородных заявок с интенсивностями (частотами) $\lambda_1, \dots, \lambda_m$, обслуживаемых универсальными КО со скоростями μ_1, \dots, μ_m соответственно. Наличие такой математической модели позволяет решать задачи анализа и синтеза системы безопасности как СМО для широкого круга удаленных автономных объектов (например, в Арктической зоне), используя незначительные допущения и упрощения.

В первом случае (задача анализа) по известным значениям $\lambda_1, \dots, \lambda_m, \mu_1, \dots, \mu_m$ и числе КО n проводится оценка вероятностей наиболее важных состояний СМО — p_0, p_n и $p_{отк}$, что позволяет сделать заключение о качестве функционирования СМО.

Задача синтеза предполагает наличие информации о величинах $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ и задание допустимых вероятностей основных состояний и соответствующих требований:

$$p_0 \geq p_0^{доп} \text{ и/или } p_n \geq p_n^{доп} \text{ и/или } p_{отк} \leq p_{отк}^{доп} \quad (1)$$

При этом может быть две формулировки задачи синтеза:

- по данным о скоростях обслуживания μ_1, \dots, μ_m и требованиям (1) определить необходимое число КО n ;
- при известном числе КО n и требованиям (1) найти необходимые скорости обслуживания μ_1, \dots, μ_m .

Система безопасности как СМО с заявками двух типов

1. Если в одноканальную ($n = 1$) СМО поступают заявки двух типов, т. е. $m = 2$ (например, заявки 1-го типа — аварии (отказы оборудования), 2-го типа — пожары), то она может пребывать в одном из трех состояний: S_0, S_1 и S_2 (см. табл. 1, $n = 1$). Граф переходов для такой СМО представлен на рис. 1. При ранее оговоренных допущениях [5, 6] такому графу переходов соответствует система из трех линейных алгебраических уравнений, приведенная в графе 2 табл. 2 для $n = 1$. Ее решение, полученное в аналитическом виде, представлено в 3-й графе табл. 2 и может непосредственно использоваться для решения задачи анализа. В задаче синтеза условия (1) могут быть сведены к виду:

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \leq \min \left(\frac{1}{p_0^{доп}} - 1; \frac{1}{p_n^{доп}} - 1; \frac{p_{отк}^{доп}}{1 - p_{отк}^{доп}} \right) \quad (2)$$

Пример 1. Проектируется одноканальная ($n = 1$) СМО, в которую поступает два типа ($m = 2$) заявок с частотами λ_1 и λ_2 . Требуется найти скорости обслуживания μ_1 и μ_2 , если заданы допустимые значе-

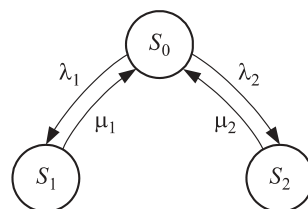


Рис. 1. Граф переходов одноканальной ($n = 1$) СМО с двумя типами ($m = 2$) заявок
Fig. 1. The transition graph of a single-channel queuing ($n = 1$) system with two types ($m = 2$) of applications

Таблица 1. Состояния СМО, обслуживающей два типа заявок
Table 1. States of the queuing systems with two types of applications

n	Состояние $\{S\}$ State $\{S\}$	$S_n, S_{отк}$ S_u, S_{ref}
1	2	3
$n = 1$ (рис. 1 / fig. 1)	S_1 — поступила заявка 1-го типа, обслуживается в КО S_1 — the 1 st type of application was received and serviced in the service channel; S_2 — поступила заявка 2-го типа, обслуживается в КО S_2 — the 2 nd type of application was received and serviced in the service channel	$S_n = S_0$ $S_u = S_0$; $S_{отк} = S_1 \cup S_2$ $S_{ref} = S_1 \cup S_2$
$n = 2$ (рис. 2 / fig. 2)	S_1 — поступила заявка 1-го типа, один КО занят, другой свободен S_1 — the 1 st type of application was received, one service channel is busy, the other is free; S_2 — поступила заявка 2-го типа, один КО занят, другой свободен S_2 — the 2 nd type of application was received, one service channel is busy, the other is free; S_3 — поступили 2 заявки 1-го типа, оба КО заняты S_3 — received 2 applications of the 1 st type, both service channels are occupied; S_4 — поступили заявки 1-го и 2-го типов, оба КО заняты S_4 — applications of the 1 st and 2 nd types were received, both service channels are occupied; S_5 — поступили 2 заявки 2-го типа, оба КО заняты S_5 — received 2 applications of the 2 nd types, both service channels are occupied	$S_n = \bigcup_{i=0}^2 S_i$ $S_u = \bigcup_{i=0}^2 S_i$; $S_{отк} = \bigcup_{i=3}^5 S_i$ $S_{ref} = \bigcup_{i=3}^5 S_i$
$n \geq 3$	S_0 — заявок не поступило, все КО свободны S_0 — there were no requests, all channels of service are free	

Таблица 2. Выражения для определения вероятностей состояний СМО с заявками двух типов ($m = 2$)
Table 2. Expressions for the probabilities of the states of the queuing systems with two types ($m = 2$) of applications

n	Система уравнений / System of equations	Аналитическое решение / Analytical expressions
1	2	3
1	$0 = -(\lambda_1 + \lambda_2) p_0 + \mu_1 p_1 + \mu_2 p_2$; $0 = \lambda_1 p_0 - \mu_1 p_1$; $0 = \lambda_2 p_0 - \mu_2 p_2$	$p_0^{-1} = 1 + \alpha_1 + \alpha_2$; $p_1 = \alpha_1 p_0$; $p_2 = \alpha_2 p_0$; $p_n = p_0$; $p_{отк} = p_1 + p_2 = (\alpha_1 + \alpha_2) p_0$
2	$0 = -(\lambda_1 + \lambda_2) p_0 + \mu_1 p_1 + \mu_2 p_2$; $0 = \lambda_1 p_0 - (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2) p_1 + 2\mu_1 p_3 + \mu_2 p_5$; $0 = \lambda_2 p_0 - (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2) p_1 + 2\mu_2 p_4 + \mu_1 p_5$; $0 = \lambda_1 p_1 - 2\mu_1 p_3$; $0 = \lambda_2 p_1 + \lambda_1 p_2 - (\mu_1 + \mu_2) p_5$; $0 = \lambda_2 p_2 + 2\mu_2 p_4$	$p_0^{-1} = 1 + \alpha_1 + \alpha_2 + 0,5\alpha_1^2 + \alpha_1\alpha_2 + 0,5\alpha_2^2$; $p_1 = \alpha_1 p_0$; $p_2 = \alpha_2 p_0$; $p_3 = 0,5\alpha_1^2 p_0$; $p_4 = \alpha_1\alpha_2 p_0$; $p_5 = 0,5\alpha_2^2 p_0$; $p_{отк} = 0,5(\alpha_1 + \alpha_2)^2 p_0$
Примечание. $\alpha_1 = \lambda_1/\mu_1$, $\alpha_2 = \lambda_2/\mu_2$ — приведенные нагрузки; $\sum_{i=0}^C p_i = 1$; $C = C_{2m}^m - 1$. Note. $\alpha_1 = \lambda_1/\mu_1$, $\alpha_2 = \lambda_2/\mu_2$ — given load; $\sum_{i=0}^C p_i = 1$; $C = C_{2m}^m - 1$.		

ния вероятностей $p_0^{доп} = 0,95$, $p_n^{доп} = 0,99$ и $p_{отк}^{доп} = 0,001$.

Воспользовавшись выражением (2), получаем:

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \leq \min\left(\frac{1}{0,95} - 1; \frac{1}{0,99} - 1; \frac{0,001}{1 - 0,001}\right) = \min(0,0526; 0,0101; 0,001) = 0,001.$$

Критичным здесь является условие $p_{отк} \leq p_{отк}^{доп} = 0,001$. Полученный результат свидетельствует о необходимости предъявления достаточно жестких требований к скоростям обслуживания: $[\mu_1, \mu_2]^T > 1000[\lambda_1, \lambda_2]^T$.

2. Если в двухканальную ($n = 2$) СМО поступают заявки двух типов ($m = 2$), то при условии, что КО универсальны, она может пребывать в одном из шести состояний — S_0 – S_5 (см. табл. 1, $n = 2$). Граф переходов для такой СМО представлен на рис. 2. При ранее оговоренных допущениях [5, 6] такому графу переходов соответствует система из шести линейных алгебраических уравнений, приведенная для $n = 2$ в графе 2 табл. 2. Ее решение, полученное в аналитическом виде, представлено в графе 3 табл. 2 и может непосредственно использоваться для решения задачи анализа. В задаче синтеза условия (1) могут быть сведены к виду:

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \leq \min \left(\sqrt{\frac{2}{p_0^{\text{доп}}} - 1} - 1; \frac{1 - p_{\text{н}}^{\text{доп}} + \sqrt{1 - (p_{\text{н}}^{\text{доп}})^2}}{p_{\text{н}}^{\text{доп}}}; \frac{p_{\text{отк}}^{\text{доп}} + \sqrt{p_{\text{отк}}^{\text{доп}}(2 - p_{\text{отк}}^{\text{доп}})}}{1 - p_{\text{отк}}^{\text{доп}}} \right). \quad (3)$$

Пример 2. Проектируется двухканальная ($n = 2$) СМО, в которую поступает два типа ($m = 2$) заявок с частотами λ_1 и λ_2 . Требуется найти скорости обслуживания μ_1 и μ_2 , если заданы допустимые значения вероятностей $p_0^{\text{доп}} = 0,95$, $p_{\text{н}}^{\text{доп}} = 0,99$ и $p_{\text{отк}}^{\text{доп}} = 0,001$.

Воспользовавшись выражением (3), получаем:

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \leq \min \left(\sqrt{\frac{2}{0,95}} - 1 - 1; \frac{1 - 0,99 - \sqrt{1 - 0,9801}}{0,99}; \frac{0,001 + \sqrt{0,001(2 - 0,001)}}{1 - 0,001} \right) = \min(0,0513; 0,526; 0,0458) = 0,0458.$$

Критичным здесь также является условие $p_{\text{отк}} \leq p_{\text{отк}}^{\text{доп}} = 0,001$. Полученный результат свидетельствует о необходимости предъявления следующих требований к скоростям обслуживания: $[\mu_1, \mu_2]^T > > 21,83[\lambda_1, \lambda_2]^T$. Как видим, по сравнению с одноканальным вариантом эти требования отличаются меньшей жесткостью.

Система безопасности как СМО с заявками трех типов

1. Если в одноканальную ($n = 1$) СМО поступают заявки трех типов, т. е. $m = 3$ (например, заявки 1-го типа — аварии (отказы оборудования), 2-го

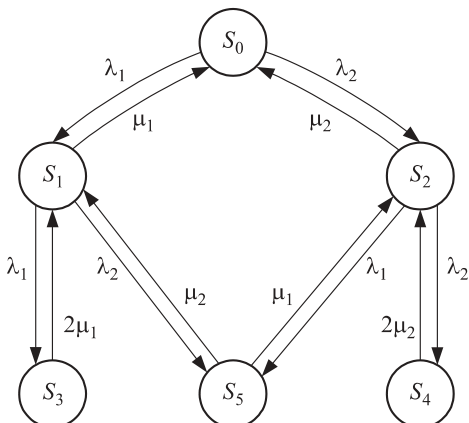


Рис. 2. Граф переходов двухканальной ($n = 2$) СМО с двумя типами ($m = 2$) заявок
Fig. 2. The transition graph a two-channel queuing ($n = 2$) system with two types ($m = 2$) of applications

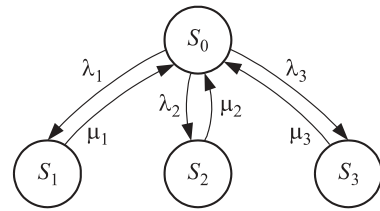


Рис. 3. Граф переходов одноканальной ($n = 1$) СМО с тремя типами ($m = 3$) заявок
Fig. 3. The transition graph of a single-channel queuing ($n = 1$) system with three types ($m = 3$) of applications

типа — пожары, 3-го типа — утечки из продуктопроводов), то она может пребывать в одном из четырех состояний — S_0 – S_3 (см. табл. 3, $n = 1$). Граф переходов для такой СМО представлен на рис. 3. При ранее оговоренных допущениях [5, 6] такому графу переходов соответствует система из четырех линейных алгебраических уравнений, приведенная для $n = 1$ в графе 2 табл. 4. Ее решение, полученное в аналитическом виде, представлено в графе 3 табл. 4 и может использоваться для решения задачи анализа. В задаче синтеза условия (1) могут быть сведены к виду, аналогичному (2):

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} + \frac{\lambda_3}{\mu_3} \leq \min \left(\frac{1}{p_0^{\text{доп}}} - 1; \frac{1}{p_{\text{н}}^{\text{доп}}} - 1; \frac{p_{\text{отк}}^{\text{доп}}}{1 - p_{\text{отк}}^{\text{доп}}} \right). \quad (4)$$

Пример 3. Проектируется одноканальная ($n = 1$) СМО, в которую поступает три типа ($m = 3$) заявок с частотами λ_1 , λ_2 и λ_3 . Требуется найти скорости обслуживания μ_1 , μ_2 и μ_3 , если заданы допустимые значения вероятностей: $p_0^{\text{доп}} = 0,95$, $p_{\text{н}}^{\text{доп}} = 0,99$ и $p_{\text{отк}}^{\text{доп}} = 0,001$.

Как и в примере 1, получаем:

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} + \frac{\lambda_3}{\mu_3} \leq \min \left(\frac{1}{0,95} - 1; \frac{1}{0,99} - 1; \frac{0,001}{1 - 0,001} \right) = \min(0,0526; 0,0101; 0,001) = 0,001.$$

Полученный результат свидетельствует о необходимости предъявления достаточно жестких требований к скоростям обслуживания: $[\mu_1, \mu_2, \mu_3]^T > > 1000[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$.

2. Если в двухканальную ($n = 2$) СМО поступают заявки трех типов ($m = 3$), то она может пребывать в одном из 10 состояний: S_0 – S_9 (см. табл. 3, $n = 2$). Граф переходов для такой СМО представлен на рис. 4. При ранее оговоренных допущениях [5, 6] такому графу переходов соответствует система из 10 линейных алгебраических уравнений, приведенная в графе 2 табл. 4 для $n = 2$. Ее решение, полученное в аналитическом виде, приведено в графе 3 табл. 4 и может непосредственно использоваться для реше-

Таблица 3. Состояния СМО, обслуживающей три типа заявок
Table 3. States of the queuing systems with three types of applications

n	Состояние $\{S\}$ State $\{S\}$	$S_H, S_{отк}$ S_u, S_{ref}
$n = 1$ (рис. 3 / fig. 3)	S_1 — поступила заявка 1-го типа, обслуживается в КО S_1 — the 1 st type of application was received and serviced in the service channel; S_2 — поступила заявка 2-го типа, обслуживается в КО S_2 — the 2 nd type of application was received and serviced in the service channel; S_3 — поступила заявка 3-го типа, обслуживается в КО S_3 — the 3 rd type of application was received and serviced in the service channel	$S_H = S_0$ $S_u = S_0;$ $S_{отк} = \bigcup_{i=1}^3 S_i$ $S_{ref} = \bigcup_{i=1}^3 S_i$
$n = 2$ (рис. 4 / fig. 4)	S_1 — поступила заявка 1-го типа, обслуживается в КО S_1 — the 1 st type of application was received and serviced in the service channel; S_2 — поступила заявка 2-го типа, обслуживается в КО S_2 — the 2 nd type of application was received and serviced in the service channel; S_3 — поступила заявка 3-го типа, обслуживается в КО S_3 — the 3 rd type of application was received and serviced in the service channel; S_4 — поступили 2 заявки 1-го типа, оба КО заняты S_4 — received 2 applications of the 1 st type, both service channels are occupied; S_5 — поступили заявки 1-го и 2-го типов, оба КО заняты S_5 — applications of the 1 st and 2 nd types were received, both service channels are occupied; S_6 — поступили заявки 1-го и 3-го типов, оба КО заняты S_6 — received applications of the 1 st and 3 rd types, both service channels are occupied; S_7 — поступили 2 заявки 2-го типа, оба КО заняты S_7 — received 2 applications of the 2 nd type, both service channels are occupied; S_8 — поступили заявки 2-го и 3-го типов, оба КО заняты S_8 — received applications of the 2 nd and 3 rd types, both service channels are occupied; S_9 — поступили 2 заявки 3-го типа, оба КО заняты S_9 — received 2 applications of the 3 rd type, both service channels are occupied	$S_H = \bigcup_{i=0}^3 S_i$ $S_u = \bigcup_{i=0}^3 S_i;$ $S_{отк} = \bigcup_{i=4}^9 S_i$ $S_{ref} = \bigcup_{i=4}^9 S_i$
$n = 3$ (рис. 5 / fig. 5)	S_1 — поступила заявка 1-го типа, обслуживается в КО S_1 — the 1 st type of application was received and serviced in the service channel; S_2 — поступила заявка 2-го типа, обслуживается в КО S_2 — the 2 nd type of application was received and serviced in the service channel; S_3 — поступила заявка 3-го типа, обслуживается в КО S_3 — the 3 rd type of application was received and serviced in the service channel; S_4 — поступили 2 заявки 1-го типа, оба КО заняты S_4 — received 2 applications of the 1 st type, both service channels are occupied; S_5 — поступили заявки 1-го и 2-го типов, оба КО заняты S_5 — applications of the 1 st and 2 nd types were received, both service channels are occupied; S_6 — поступили заявки 1-го и 3-го типов, оба КО заняты S_6 — received applications of the 1 st and 3 rd types, both service channels are occupied; S_7 — поступили 2 заявки 2-го типа, оба КО заняты S_7 — received 2 applications of the 2 nd type, both service channels are occupied; S_8 — поступили заявки 2-го и 3-го типов, оба КО заняты S_8 — received applications of the 2 nd and 3 rd types, both service channels are occupied; S_9 — поступили 2 заявки 3-го типа, оба КО заняты S_9 — received 2 applications of the 3 rd type, both service channels are occupied; S_{10} — поступили 3 заявки 1-го типа, все КО заняты S_{10} — received 3 applications of the 1 st type, all service channels are occupied; S_{11} — поступили 2 заявки 1-го типа и заявка 2-го типа, все КО заняты S_{11} — received 2 applications of the 1 st type and the application of the 2 nd type, all service channels are occupied; S_{12} — поступила заявка 1-го типа и 2 заявки 2-го типа, все КО заняты S_{12} — received application of the 1 st type and 2 applications of the 2 nd type, all the service channels are occupied;	$S_H = \bigcup_{i=0}^9 S_i$ $S_u = \bigcup_{i=0}^9 S_i;$ $S_{отк} = \bigcup_{i=10}^{19} S_i$ $S_{ref} = \bigcup_{i=10}^{19} S_i$

n	Состояние $\{S\}$ State $\{S\}$	$S_n, S_{отк}$ S_u, S_{ref}
	S_{13} — поступили заявки 1, 2 и 3-го типов, все КО заняты S_{13} — received applications of the 1 st , 2 nd and 3 rd types, all service channels are occupied; S_{14} — поступили 2 заявки 1-го типа и заявка 3-го типа, все КО заняты S_{14} — received 2 applications of the 1 st type and the application of the 3 rd type, all service channels are occupied; S_{15} — поступили 2 заявки 3-го типа и заявка 1-го типа, все КО заняты S_{15} — received 2 applications of the 3 rd type and the application of the 1 st type, all service channels are occupied; S_{16} — поступили 3 заявки 2-го типа, все КО заняты S_{16} — received 3 applications of the 2 nd type, all service channels are occupied; S_{17} — поступили 2 заявки 2-го типа и заявка 3-го типа, все КО заняты S_{17} — received 2 applications of the 2 nd type and the application of the 3 rd type, all service channels are occupied; S_{18} — поступили заявка 2-го типа и 2 заявки 3-го типа, все КО заняты S_{18} — received application of the 2 nd type and 2 applications of the 3 rd type, all the service channels are occupied; S_{19} — поступили 3 заявки 3-го типа, все КО заняты S_{19} — received 3 applications of the 3 rd type, all service channels are occupied	
$n \geq 4$	S_0 — заявок не поступало, все КО свободны S_0 — there were no requests, all channels of service are free	

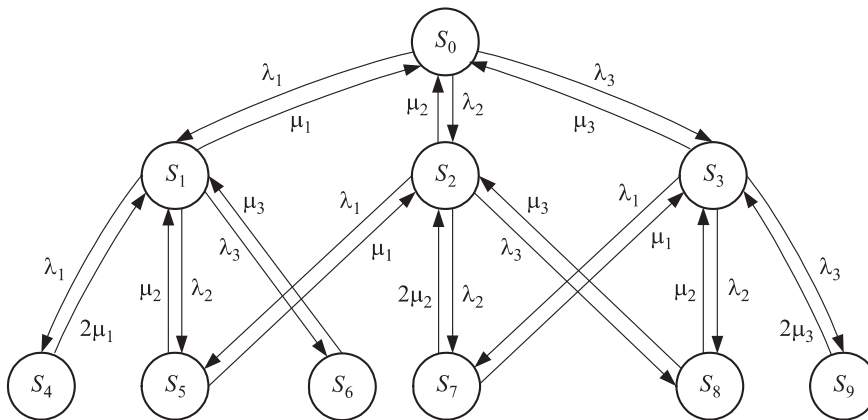


Рис. 4. Граф переходов двухканальной ($n = 2$) СМО с тремя типами ($m = 3$) заявок

Fig. 4. The transition graph a two-channel queuing ($n = 2$) system with three types ($m = 3$) of applications

ния задачи анализа. В задаче синтеза условия (1) могут быть сведены к виду, аналогичному (3):

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} + \frac{\lambda_3}{\mu_3} \leq \min \left(\sqrt{\frac{2}{p_0^{доп}} - 1} - 1; \frac{1 - p_n^{доп} + \sqrt{1 - (p_n^{доп})^2}}{p_n^{доп}}; \frac{p_{отк}^{доп} + \sqrt{p_{отк}^{доп}(2 - p_{отк}^{доп})}}{1 - p_{отк}^{доп}} \right). \quad (5)$$

3. Если в трехканальную ($n = 3$) СМО поступают заявки трех типов ($m = 3$), то при условии, что КО универсальны, она может пребывать в одном из 20 состояний — S_0 – S_{19} (см. табл. 3, $n = 3$). Граф переходов для такой СМО представлен на рис. 5. При ранее оговоренных допущениях [5, 6] такому графу переходов соответствует система из 20 линейных

алгебраических уравнений, приведенная для $n = 3$ в графе 2 табл. 4. Ее решение, полученное в аналитическом виде, представлено в графе 3 табл. 4 и может непосредственно использоваться для решения задачи анализа. В задаче синтеза необходимо найти приведенные нагрузки α_0 , α_n и $\alpha_{отк}$ из решения кубических уравнений:

$$\alpha_0^3 + 3\alpha_0^2 + 6\alpha_0 - 6 \left(\frac{1}{p_0^{доп}} - 1 \right) = 0; \quad (6)$$

$$\left(\frac{p_n^{доп}}{1 - p_n^{доп}} \right) \alpha_n^3 - 3\alpha_n^2 - 6\alpha_n - 6 = 0; \quad (7)$$

$$\left(\frac{1}{p_{отк}^{доп}} - 1 \right) \alpha_{отк}^3 - 3\alpha_{отк}^2 - 6\alpha_{отк} - 6 = 0. \quad (8)$$

Таблица 4. Выражения для определения вероятностей состояний СМО с заявками трех типов ($m = 3$)

Table 4. Expressions for the probabilities of the states of the queuing systems with three types ($m = 3$) of applications

n	Система уравнений / System of equations	Аналитическое решение / Analytical expressions
1	2	3
1	$0 = -p_0(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \mu_1 p_1 + \mu_2 p_2 + \mu_3 p_3;$ $0 = \lambda_1 p_0 - \mu_1 p_1; 0 = \lambda_2 p_0 - \mu_2 p_2; 0 = \lambda_3 p_0 - \mu_3 p_3$	$p_0^{-1} = 1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3; p_1 = \alpha_1 p_0; p_2 = \alpha_2 p_0;$ $p_3 = \alpha_3 p_0; p_n = p_0; p_{отк} = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) p_0$
2	$0 = -p_0(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \mu_1 p_1 + \mu_2 p_2 + \mu_3 p_3;$ $0 = \lambda_1 p_0 - (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_1 + 2\mu_1 p_4 + \mu_2 p_5 + \mu_3 p_6;$ $0 = \lambda_2 p_0 - (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_2 + \mu_1 p_5 + 2\mu_2 p_7 + \mu_3 p_8;$ $0 = \lambda_3 p_0 - (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_3 + \mu_1 p_6 + \mu_2 p_8 + 2\mu_3 p_9;$ $0 = \lambda_1 p_1 - 2\mu_1 p_4; 0 = \lambda_1 p_1 - (\mu_1 + \mu_2) p_5 + \lambda_1 p_2;$ $0 = \lambda_3 p_1 + \lambda_1 p_3 - (\mu_1 + \mu_3) p_6; 0 = \lambda_2 p_2 - 2\mu_2 p_7;$ $0 = \lambda_3 p_2 + \lambda_2 p_3 - (\mu_2 + \mu_3) p_8; 0 = \lambda_3 p_3 - 2\mu_3 p_9$	$p_0^{-1} = 1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 0,5(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2) +$ $+ \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3;$ $p_1 = \alpha_1 p_0; p_2 = \alpha_2 p_0; p_3 = \alpha_3 p_0;$ $p_4 = 0,5\alpha_1^2 p_0; p_5 = \alpha_1 \alpha_2 p_0; p_6 = \alpha_1 \alpha_3 p_0;$ $p_7 = 0,5\alpha_2^2 p_0; p_8 = \alpha_2 \alpha_3 p_0; p_9 = 0,5\alpha_3^2 p_0;$ $p_n = p_0(1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3);$ $p_{отк} = 0,5(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)^2 p_0$
3	$0 = -p_0(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \mu_1 p_1 + \mu_2 p_2 + \mu_3 p_3;$ $0 = \lambda_1 p_0 - (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_1 + 2\mu_1 p_4 + \mu_2 p_5 + \mu_3 p_6;$ $0 = \lambda_2 p_0 - (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_2 + \mu_1 p_5 + 2\mu_2 p_7 + \mu_3 p_8;$ $0 = \lambda_3 p_0 - (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_3 + \mu_1 p_6 + \mu_2 p_8 + 2\mu_3 p_9;$ $0 = \lambda_1 p_1 - (2\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_4 + 3\mu_1 p_{10} + \mu_2 p_{11} + \mu_3 p_{14};$ $0 = \lambda_2 p_1 + \lambda_1 p_2 - (\mu_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_5 + 2\mu_1 p_{11} + 2\mu_2 p_{12} + \mu_3 p_{13};$ $0 = \lambda_3 p_1 + \lambda_1 p_3 - (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_6 + \mu_2 p_{13} + 2\mu_1 p_{14} + 2\mu_3 p_{15};$ $0 = \lambda_2 p_2 - (2\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_7 + \mu_1 p_{12} + 3\mu_2 p_{16} + \mu_3 p_{17};$ $0 = \lambda_3 p_2 + \lambda_2 p_3 - (\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_8 + \mu_1 p_{13} + 2\mu_2 p_{17} + 2\mu_3 p_{18};$ $0 = \lambda_3 p_3 - (2\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_9 + \mu_1 p_{15} + \mu_2 p_{18} + 3\mu_3 p_{19};$ $0 = \lambda_1 p_4 - 3\mu_1 p_{10}; 0 = \lambda_2 p_4 + \lambda_1 p_5 - (2\mu_1 + \mu_2) p_{11};$ $0 = \lambda_2 p_5 + \lambda_1 p_7 - (\mu_1 + 2\mu_2) p_{12};$ $0 = \lambda_3 p_5 + \lambda_2 p_6 + \lambda_1 p_8 - (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) p_9 + \mu_1 p_{13};$ $0 = \lambda_3 p_4 + \lambda_1 p_6 - (2\mu_1 + \mu_3) p_{14}; 0 = \lambda_3 p_6 + \lambda_1 p_9 - (\mu_1 + 2\mu_3) p_{15};$ $0 = \lambda_2 p_7 - 3\mu_2 p_{16}; 0 = \lambda_3 p_7 + \lambda_2 p_8 - (2\mu_2 + \mu_3) p_{17};$ $0 = \lambda_3 p_8 + \lambda_2 p_9 - (\mu_2 + 2\mu_3) p_{18}; 0 = \lambda_3 p_9 - 3\mu_3 p_{19}$	$p_0^{-1} = 1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 0,5(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)^2 +$ $+ (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)^3 / 6;$ $p_1 = \alpha_1 p_0; p_2 = \alpha_2 p_0; p_3 = \alpha_3 p_0;$ $p_4 = 0,5\alpha_1^2 p_0; p_5 = \alpha_1 \alpha_2 p_0; p_6 = \alpha_1 \alpha_3 p_0;$ $p_7 = 0,5\alpha_2^2 p_0; p_8 = \alpha_2 \alpha_3 p_0; p_9 = 0,5\alpha_3^2 p_0;$ $p_{10} = \alpha_1^3 p_0 / 6; p_{11} = 0,5\alpha_1^2 \alpha_2 p_0;$ $p_{12} = 0,5\alpha_1 \alpha_2^2 p_0; p_{13} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 p_0;$ $p_{14} = 0,5\alpha_1^2 \alpha_3 p_0; p_{15} = 0,5\alpha_1 \alpha_3^2 p_0;$ $p_{16} = \alpha_2^3 p_0 / 6; p_{17} = 0,5\alpha_2^2 \alpha_3 p_0;$ $p_{18} = 0,5\alpha_2 \alpha_3^2 p_0; p_{19} = \alpha_3^3 p_0 / 6;$ $p_n = p_0 [1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 0,5(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)^2];$ $p_{отк} = p_0 (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)^3 / 6$

Примечание. $\alpha_1 = \lambda_1/\mu_1, \alpha_2 = \lambda_2/\mu_2, \alpha_3 = \lambda_3/\mu_3$ — приведенные нагрузки; $\sum_{i=0}^C p_i = 1; C = C_{2m}^m - 1.$

Note. $\alpha_1 = \lambda_1/\mu_1, \alpha_2 = \lambda_2/\mu_2, \alpha_3 = \lambda_3/\mu_3$ — given load; $\sum_{i=0}^C p_i = 1; C = C_{2m}^m - 1.$

Условия (1) могут быть сведены к виду:

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} + \frac{\lambda_3}{\mu_3} \leq \min(\alpha_0; \alpha_n; \alpha_{отк}), \quad (9)$$

где $\alpha_0 = \sqrt[3]{2 + 0,5B_1 + \sqrt{B_1^2 + 8B_1 + 20}} + \sqrt[3]{2 + 0,5B_1 - \sqrt{B_1^2 + 8B_1 + 20}} - 1;$

$$\alpha_n = \frac{1}{B_2} \left(1 + \sqrt[3]{3B_2^2 + 3B_2 + 1 + B_2 \sqrt{9B_2^2 + 10B_2 + 3}} + \sqrt[3]{3B_2^2 + 3B_2 + 1 - B_2 \sqrt{9B_2^2 + 10B_2 + 3}} \right);$$

$$\alpha_{отк} = \frac{1}{B_3} \left(1 + \sqrt[3]{3B_3^2 + 3B_3 + 1 + B_3 \sqrt{9B_3^2 + 10B_3 + 3}} + \sqrt[3]{3B_3^2 + 3B_3 + 1 - B_3 \sqrt{9B_3^2 + 10B_3 + 3}} \right).$$

Пример 4. Проектируется трехканальная ($n = 3$) СМО, в которую поступает три типа ($m = 3$) заявок с частотами λ_1, λ_2 и λ_3 . Требуется найти скорости

обслуживания μ_1, μ_2 и μ_3 , если заданы допустимые значения вероятностей $p_0^{доп} = 0,95, p_n^{доп} = 0,99$ и $p_{отк}^{доп} = 0,001.$

Находим: $B_1 = 0,3158; B_2 = 99; B_3 = 999.$ Из (6)–(9) получаем:

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} + \frac{\lambda_3}{\mu_3} \leq \min(0,051; 0,455; 0,194) = 0,051.$$

Это свидетельствует о критичности условия $p_0 > p_0^{доп} = 0,95$ и необходимости предъявления требований к скоростям обслуживания: $[\mu_1, \mu_2, \mu_3]^T > 19,6[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T.$

Результаты и их обсуждение

Обобщая полученные результаты, для данного типа СМО можно вывести следующие универсальные выражения:

$$p_0 = \left[1 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{i!} \left(\sum_{j=1}^m \alpha_j \right)^i \right]^{-1}; \quad (10)$$

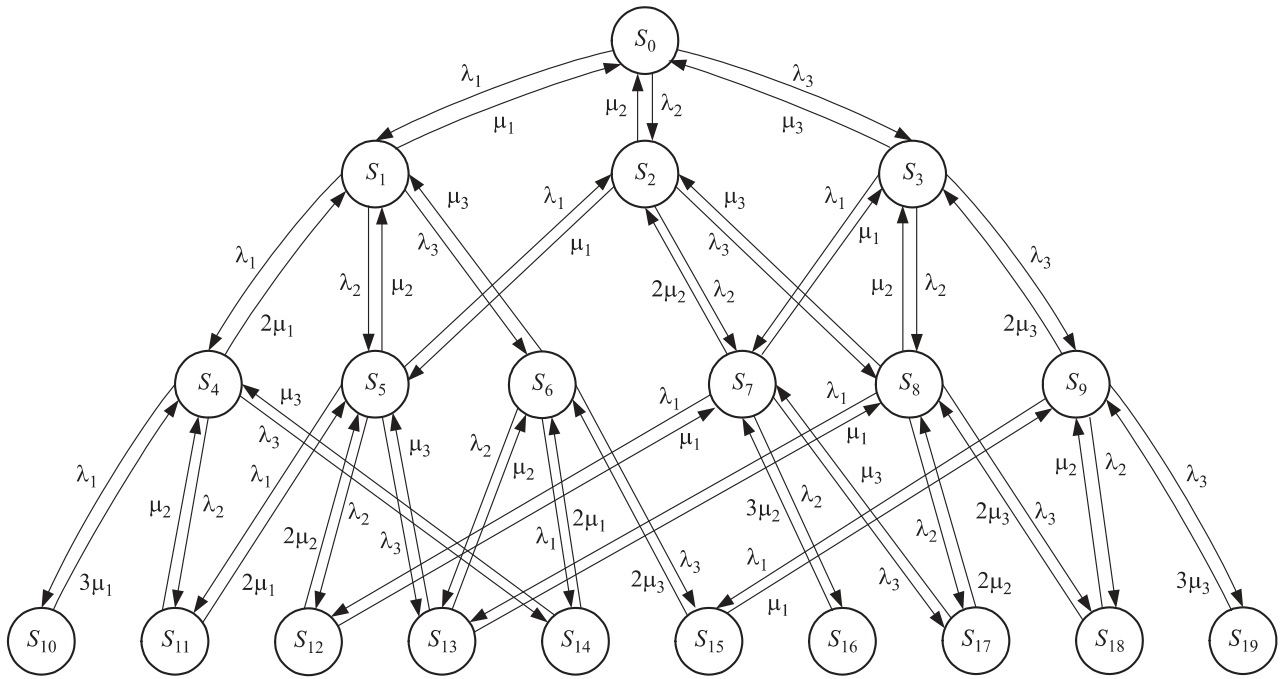


Рис. 5. Граф переходов трехканальной ($n = 3$) СМО с тремя типами ($m = 3$) заявок
Fig. 5. The transition graph a three-channel queuing ($n = 3$) system with three types ($m = 3$) of applications

$$P_n = p_0 \left[1 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{i!} \left(\sum_{j=1}^m \alpha_j \right)^i \right]; \quad (11)$$

$$P_{отк} = \sum_{k=N_1}^{N_2} p_k = \frac{p_0}{n!} \left(\sum_{j=1}^m \alpha_j \right)^n. \quad (12)$$

Это позволяет сформулировать следующую **теорему**: для n -канальной СМО без очереди при стандартных допущениях (процессы приема-обслуживания заявок установившиеся, потоки заявок простейшие, времена обслуживания заявок каждого типа подчинены экспоненциальным законам: $\varphi(t_j) = \mu_j \times \exp(-\mu_j t_j)$, каждый КО обслуживает заявку самостоятельно), в которую поступают заявки m типов с частотами $\lambda_1, \dots, \lambda_m$, обслуживаемые со скоростями μ_1, \dots, μ_m соответственно, вероятности незанятости канала обслуживания, отказа в приеме заявки и приеме заявки к немедленному обслуживанию могут быть найдены по выражениям соответственно:

$$p_0 = \left(1 + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_C^i}{i!} \right)^{-1}; \quad (13)$$

$$P_n = p_0 \left(1 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\alpha_C^i}{i!} \right); \quad (14)$$

$$P_{отк} = (p_0/n!) \alpha_C^n, \quad (15)$$

где α_C — общая приведенная нагрузка; $\alpha_C = \sum_{j=1}^m \frac{\lambda_j}{\mu_j}$.

Доказательство теоремы для $m = 1$ (заявки одного типа) заключается в том очевидном факте, что выражения (10)–(12) приводятся к общеизвестному виду [5] для стандартных одно- и многоканальных СМО с отказами. Для $m = 2$ (заявки двух типов) доказательство представлено в табл. 2, для $m = 3$ (заявки трех типов) — в табл. 4. Подобным образом получены доказательства и для $m \geq 4$, но ввиду громоздкости выражений они здесь не приводятся.

Задача анализа рассматриваемой СМО может решаться непосредственным вычислением по выражениям (11)–(12) вероятностей p_0 , P_n и $P_{отк}$ при известных частотах поступления заявок $\lambda_1, \dots, \lambda_m$, скоростях их обслуживания μ_1, \dots, μ_m и числе КО n .

Задача синтеза, как показано выше, сводится к тому, что по заданным допустимым значениям вероятностей $p_0^{доп}$, $P_n^{доп}$ и $P_{отк}^{доп}$ и известным частотам $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ подбираются необходимые значения числа КО n и/или скоростей обслуживания μ_1, \dots, μ_m .

Выводы

Таким образом, получены математические модели для систем безопасности объектов на основе n -канальных СМО, в которые поступают простейшие потоки разнотипных заявок. Данные математические модели могут быть использованы для решения задач анализа и синтеза таких СМО.

Полученные результаты актуальны при рассмотрении систем безопасности автономных объектов (например, в северных районах или Арктической зоне), где могут возникать различные типы чрезвычай-

чайных ситуаций (отказы оборудования, аварии, пожары, утечки энергоносителей), для устранения ко-

торых создаются универсальные аварийно-наладочные и пожарно-спасательные бригады.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Akimov V. A., Sokolov Yu. I.* Risks of emergencies in Russia's Arctic zone // *Issues of Risk Analysis. Scientific and Practical Journal.* — 2010. — Vol. 7, No. 4. — 21 p. URL: https://www.dex.ru/par_en/abstracts_of_journal/pdf/PAR_7_4_en.pdf (дата обращения: 10.08.2017).
2. *Алешков М. В., Безбородько М. Д.* Применение мобильных средств пожаротушения для защиты объектов атомной энергетики от крупных пожаров в условиях экстремально низких температур // *Пожары и чрезвычайные ситуации: предотвращение, ликвидация.* — 2014. — № 3. — С. 37–45.
3. *Makhutov N. A., Moskvichev V. V., Fomin V. M.* Designing machinery for the Arctic: A problem of socioeconomic development of Russia's eastern regions // *Herald of the Russian Academy of Sciences.* — 2015. — Vol. 85, No. 1 — P. 79–86. DOI: 10.1134/s1019331615010104.
4. *Дагиров Ш. Ш., Алешков М. В., Иценко А. Д., Роевко В. В.* Перспективы применения отдельных технических достижений для предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций в арктическом регионе // *Проблемы предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций в арктическом регионе. Безопасный город в Арктике*: материалы Международной научно-практической конференции, 6–8 апреля 2016 г., г. Звенигород. — М.: ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), 2016. — С. 146–155.
5. *Вентцель Е. С.* Исследование операций. — М.: Советское радио, 1972. — 552 с.
6. *Таранцев А. А.* Инженерные методы теории массового обслуживания. — Изд. 2-е, перераб. и доп. — СПб.: Наука, 2007. — 175 с.
7. *Брушлинский Н. Н., Соколов С. В., Алехин Е. М., Коломиец Ю. И., Вагнер П.* Опыт применения компьютерных имитационных систем моделирования деятельности экстренных служб // *Пожаровзрывобезопасность / Fire and Explosion Safety.* — 2016. — Т. 25, № 8. — С. 6–16. DOI: 10.18322/PVB.2016.25.08.6-16.
8. *Алехин Е. М., Брушлинский Н. Н., Соколов С. В.* О распределении Эрланга и некоторых его приложениях // *Пожаровзрывобезопасность / Fire and Explosion Safety.* — 2014. — Т. 23, № 6. — С. 11–17.
9. *Топольский Н. Г., Таранцев А. А., Чумаченко А. П.* Экспресс-выбор параметров систем массового обслуживания в АСУ пожарной охраны // *Пожаровзрывобезопасность / Fire and Explosion Safety.* — 2000. — Т. 9, № 1. — С. 7–11.
10. *Таранцев А. А., Малышев Д. А.* О возможности совершенствования ГОСТ Р 22.7.01–99 “Единая дежурно-диспетчерская служба” // *Пожаровзрывобезопасность / Fire and Explosion Safety.* — 2015. — Т. 24, № 11. — С. 77–81.
11. *Таранцев А. А., Холостов А. Л., Иценко А. Д., Потапенко В. В.* О задачах анализа и синтеза систем обслуживания заявок нескольких типов // *Пожаровзрывобезопасность / Fire and Explosion Safety.* — 2017. — Т. 26, № 3. — С. 31–38. DOI: 10.18322/PVB.2017.26.03.31-38.
12. *Ancker C. J., Gafarian A. V.* Queuing with multiple poisson inputs and exponential service times // *Operations Research.* — 1961. — Vol. 9, No. 3. — P. 321–327. DOI: 10.1287/opre.9.3.321.
13. *Клейнрок Л.* Теория массового обслуживания / Пер. с англ. — М.: Машиностроение, 1979. — 432 с.
14. *Кофман А., Крюон Р.* Массовое обслуживание. Теория и приложения / Пер. с франц. — М.: Мир, 1965. — 302 с.
15. *Хинчин А. Я.* Работы по математической теории массового обслуживания. — М.: Физматгиз, 1963. — 236 с.
16. *Doig A.* A bibliography on the theory of queues // *Biometrika.* — 1957. — Vol. 44, Issue 3-4. — P. 490–514. DOI: 10.1093/biomet/44.3-4.490.

Материал поступил в редакцию 21 августа 2017 г.

Для цитирования: *Таранцев А. А., Холостов А. Л., Таранцев А. А.* Анализ и синтез систем массового обслуживания с разнотипными заявками в задачах обеспечения безопасности объектов // *Пожаровзрывобезопасность / Fire and Explosion Safety.* — 2017. — Т. 26, № 9. — С. 54–64. DOI: 10.18322/PVB.2017.26.09.54-64.

ANALYSIS AND SYNTHESIS OF QUEUING SYSTEMS WITH DIVERSE APPLICATIONS IN PROBLEMS THE SAFETY OF OBJECTS

TARANTSEV A. A., Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of Organisation of the Fire Suppression and Rescue Department, Saint Petersburg University of State Fire Service of Emercom of Russia (Moskovskiy Avenue, 149, Saint Petersburg, 196105, Russian Federation); Head of Laboratory of Solomenko Institute of Transport Problems of the Russian Academy of Sciences (12-ya Liniya Vasilyevskogo Ostrova, 13, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation; e-mail: t_54@mail.ru)

KHOLOSTOV A. L., Doctor of Technical Sciences, Docent, Deputy Head of the Department of Electrical Engineering, Automated Systems and Communication, Academy of State Fire Service of Emercom of Russia (Borisa Galushkina St., 4, Moscow, 129366, Russian Federation; e-mail: holostov@mail.ru)

TARANTSEV A. A., Lecturer of Fire Tactics and Service Department, State Fire Academy of Emercom of Russia (Borisa Galushkina St., 4, Moscow, 129366, Russian Federation; e-mail: dask_cradle@mail.ru)

ABSTRACT

It was proposed to substantiate quantitative solutions in the design and operation of safety systems of autonomous objects on the basis of methods of the theory of queuing systems.

The article deals with the problems of analysis and synthesis of the queuing systems when solving the problems of ensuring the safety of objects (for example, fire-fighting or emergency protection systems of an autonomous remote object), which feature is the availability of different types of applications that require different maintenance time (for example, fire and rescue units or repair and recovery teams).

While solving problems of analysis the probability p of finding the system in key states determines. S_0 — there were no problematic situations, all the service channels are free; S_u — at least one service channel is available, capable of responding to the problem (service request); S_{ref} — all n service channels are busy, there is no possibility to react to the problem that has arisen (the application receives a denial of service).

While solving the synthesis problem, the necessary quantitative characteristics of the system, such as the number of service channels n , the number of queues and the speed of service $\{\lambda\}$, are selected from the given permissible values of probabilities p_0, p_u and p_{ref} and known frequencies $\{\mu\}$.

Step by step systems are considered with applications of two types — one-channel and two-channel applications and a system with applications of three types — one-channel, two-channel and three-channel applications.

Graphs and equations describing the states of the system and analytical solutions for finding the probabilities of the ground states are given for each of the considered types of systems.

Universal expressions are obtained for finding the probabilities of key states for an n -channel queuing system without a queue under standard assumptions for m type applications. The justification of the obtained expressions is given.

Examples of characteristics calculation for one-channel, two-channel and three-channel queuing systems with two and three types of applications are given. In particular, the probability of finding a system in a state when no applications are received (p_0) is calculated, when the requests arrive and one service channel (p_u) is left and when all the service channels are occupied (p_{ref}).

Examples of solving problems of analysis and synthesis are given for each of the considered types of systems.

The article clearly demonstrates the possibility of applying the above methods to the problems of creating integrated security systems for remote autonomous objects, in particular, located in the Far North and in the Arctic zone.

This work is a logical continuation of the article Tarantsev A. A., Kholostov A. L., Ishchenko A. D., Potapenko V. V. Problems of analysis and synthesis of application service systems of several types. *Pozharovzryvobezopasnost / Fire and Explosion Safety*, 2017, vol. 26, no. 3, pp. 31–38.

Keywords: fires; emergency; diverse application; queuing system; security system of the object.

REFERENCES

1. Akimov V. A., Sokolov Yu. I. Risks of emergencies in Russia's Arctic zone. *Issues of Risk Analysis. Scientific and Practical Journal*, 2010, vol. 7, no. 4. 21 p. Available at: https://www.dex.ru/par_en/abstracts_of_journal/pdf/PAR_7_4_en.pdf (Accessed 10 August 2017).
2. Aleshkov M. V., Bezborodko M. D. Application of movable fire extinguishment means for protecting nuclear power plants from large fires under extremely low temperature conditions. *Pozhary i chrezvychaynyye situatsii: predotvrashcheniye, likvidatsiya / Fire and Emergencies: Prevention, Elimination*, 2014, no. 3, pp. 37–45 (in Russian).
3. Makhutov N. A., Moskvichev V. V., Fomin V. M. Designing machinery for the Arctic: A problem of socioeconomic development of Russia's eastern regions. *Herald of the Russian Academy of Sciences*, 2015, vol. 85, no. 1, pp. 79–86. DOI: 10.1134/s1019331615010104.
4. Dagirov Sh. Sh., Aleshkov M. V., Ishchenko A. D., Roenko V. V. Prospects of application of certain technical advances for the prevention and liquidation of emergency situations in the Arctic region. In: *Problemy preduprezhdeniya i likvidatsii chrezvychaynykh situatsiy v arkticheskom regione. Bezopasnyy gorod v Arktike: materialy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Problems of prevention and liquidation of emergency situations in the Arctic region. Safe city in the Arctic. Proceedings of International Scientific and Practical Conference]. Moscow, FGBU VNII GOChS (FTs) Publ., 2016, pp. 146–155 (in Russian).
5. Ventsel E. S. *Issledovaniye operatsiy* [Operations research]. Moscow, Sovetskoye radio Publ., 1972. 552 p. (in Russian).
6. Tarantsev A. A. *Inzhenernyye metody teorii massovogo obsluzhivaniya* [Engineering methods of theory of mass service]. Saint Petersburg, Nauka Publ., 2007. 175 p. (in Russian).
7. Brushlinskiy N. N., Sokolov S. V., Alekhin E. M., Kolomiets Yu. I., Wagner P. Computer systems simulating activities of municipal emergency services. *Pozharovzryvobezopasnost / Fire and Explosion Safety*, 2016, vol. 25, no. 8, pp. 6–16 (in Russian). DOI: 10.18322/PVB.2016.25.08.6-16.
8. Alekhin E. M., Brushlinskiy N. N., Sokolov S. V. About Erlang's distribution and some its applications. *Pozharovzryvobezopasnost / Fire and Explosion Safety*, 2014, vol. 23, no. 6, pp. 11–17 (in Russian).
9. Topolskiy N. G., Tarantsev A. A., Chumachenko A. P. Express-selection of parameters of mass maintenance system in ACS of fire protection. *Pozharovzryvobezopasnost / Fire and Explosion Safety*, 2000, vol. 9, no. 1, pp. 7–11 (in Russian).
10. Tarantsev A. A., Malyshev D. A. About possibility of perfection GOST R 22.7.01–99 “Single duty-controller's service”. *Pozharovzryvobezopasnost / Fire and Explosion Safety*, 2015, vol. 24, no. 11, pp. 77–81 (in Russian).
11. Tarantsev A. A., Kholostov A. L., Ishchenko A. D., Potapenko V. V. Problems of analysis and synthesis of application service systems of several types. *Pozharovzryvobezopasnost / Fire and Explosion Safety*, 2017, vol. 26, no. 3, pp. 31–38 (in Russian). DOI: 10.18322/PVB.2017.26.03.31-38.
12. Ancker C. J., Gafarian A. V. Queuing with multiple poisson inputs and exponential service times. *Operations Research*, 1961, vol. 9, no. 3, pp. 321–327. DOI: 10.1287/opre.9.3.321.
13. Kleinrock L. *Queueing systems. Volume 1: Theory*. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1975. 417 p. (Russ. ed.: Kleinrock L. *Teoriya massovogo obsluzhivaniya*. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1979. 432 p.).
14. Kaufmann A., Cruon R. *Massovoye obsluzhivaniye. Teoriya i prilozheniya* [Mass service. Theory and applications]. Moscow, Mir Publ., 1965. 302 p. (in Russian).
15. Khinchin A. J. *Raboty po matematicheskoy teorii massovogo obsluzhivaniya* [Work on the mathematical theory of mass service]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1963. 236 p. (in Russian).
16. Doig A. A bibliography on the theory of queues. *Biometrika*, 1957, vol. 44, issue 3-4, pp. 490–514. DOI: 10.1093/biomet/44.3-4.490.

For citation: Tarantsev A. A., Kholostov A. L., Tarantsev A. A. Analysis and synthesis of queuing systems with diverse applications in problems the safety of objects. *Pozharovzryvobezopasnost / Fire and Explosion Safety*, 2017, vol. 26, no. 9, pp. 54–64 (in Russian). DOI: 10.18322/PVB.2017.26.09.54-64.