

**Н. Л. ПОЛЕТАЕВ**, д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник, Всероссийский научно-исследовательский институт противопожарной обороны МЧС России (Россия, 143903, Московская обл., г. Балашиха, мкр. ВНИИПО, 12; e-mail: nlpvnipo@mail.ru)

УДК 536.468

## О ДВУХФРОНТОВОМ ГОРЕНИИ ВОКРУГ ЧАСТИЦЫ ТОПЛИВА В НЕГОРЮЧЕЙ БЕДНОЙ СМЕСИ ГОРЮЧЕГО ГАЗА С ВОЗДУХОМ

В рамках распространенных допущений получено аналитическое решение задачи о стационарном сферически симметричном двухфронтовом диффузионном горении вокруг неподвижной частицы газифицирующегося топлива бесконечной (для обеспечения стационарности горения) плотности в гибридной атмосфере. Показано, что ближайший к частице фронт пламени (A) имеет ту же природу, что и единственный диффузионный фронт пламени вокруг частицы, горящей в чистом воздухе, а во втором фронте пламени (B) происходит устойчивое диффузионное горение перемешанной смеси газа с воздухом. Решение проиллюстрировано на двух вариантах исходных данных: I варианте пары топлива и газ идентичны этану; II вариант отличается числом Льюиса для горючего газа  $Le_3$  и температурой плоского пламени на пределе горения (НКПР) газовоздушной смеси, заимствованными у водорода. Для обоих вариантов задачи приведены графические зависимости размеров и температур диффузионных пламен от содержания горючего газа в воздухе и от радиуса частицы. Установлено, что геометрическое подобие полей распределения температуры в пространстве отсутствует для частиц с радиусом порядка 20 мкм и менее. Для варианта II в области, ограниченной поверхностью фронта B, отмечена сверхдиабатическая температура среды. Стационарное решение задачи отсутствовало при концентрации горючего газа, превышающей НКПР/ $Le_3$ . Показано, что функция распределения температуры в пространстве между фронтами A и B линейно растет с увеличением содержания горючего газа, что использовано для объяснения зависимости концентрационного предела распространения пламени по аэровзвеси от добавок горючего газа, в том числе водорода.

**Ключевые слова:** моделирование; горение; частица топлива; гибридная атмосфера; гибридная смесь.

### Введение

Теоретические представления об основных особенностях диффузионного горения капли топлива в воздухе получены Г. А. Варшавским [1]. В этой пионерской работе показано, что в рамках “упрощенного” исследования (сферически симметричное и квазистационарное описание процесса, равенство и постоянство теплофизических характеристик компонентов газовой фазы, пренебрежение толщиной зоны реакции, теплопотерями на излучение и т. п.) получить аналитические выражения для полей распределения параметров задачи несложно. Решению этой задачи отвечает диффузионный фронт пламени, радиус которого не зависит от кинетики реакции горения.

Одно из направлений развития результатов [1] связано с решением более общей задачи о диффузионном горении капли топлива в гибридной атмосфере. Аналитическое решение такой задачи в рамках “упрощенного” исследования получено в [2] на основе предположения о существовании вокруг капли единственного фронта пламени. Здесь и далее

под гибридной атмосферой будем понимать смесь воздуха с горючим газом, содержание которого меньше нижнего концентрационного предела распространения ламинарного пламени ( $NKP_g$ ).

Легко показать, что корректное аналитическое решение задачи нельзя получить в предположении о существовании вокруг частицы единственного диффузионного пламени, объединяющего горение продуктов газификации топлива (в дальнейшем — фронт A), поступающих в пламя со стороны частицы, и горение газа (в дальнейшем — фронт B), диффундирующего к пламени с периферии совместно с окислителем. Действительно, в этом случае структура полей распределения параметров задачи полностью определяется без учета кинетики химической реакции, что может противоречить известному из теории горения [3] условию существования диффузионного пламени в перемешанной горючей смеси (фронт B).

Таким образом, вокруг частицы, горящей в гибридной атмосфере, возможно образование двух фронтов диффузионного горения, расположенных

на разных расстояниях от нее. Насколько известно автору, в литературе отсутствуют сведения об аналитических исследованиях, учитывающих данное обстоятельство.

Сформулируем цель настоящей работы — это аналитическое исследование стационарного двухфронтового горения вокруг неподвижной частицы топлива в гибридной атмосфере. Интерес к данной работе обусловлен не только желанием восполнить пробел в спектре исследований рассматриваемого научного направления, но и стремлением объяснить особенности влияния состава гибридной атмосферы на взрывоопасность взвешенной в этой атмосфере горючей пыли [4].

### Математическая модель

Рассмотрим задачу о стационарном сферически симметричном двухфронтовом горении вокруг неподвижной частицы газифицирующегося топлива, помещенной в гибридную атмосферу при нормальных условиях (температура 298 К и давление 103 кПа). Содержание горючего газа в воздухе на большом удалении от частицы постоянно и ниже НКПР<sub>g</sub>. Плотность частицы предполагается бесконечно большой, чтобы исключить уменьшение ее радиуса. Для большей определенности при постановке задачи будем считать частицу жидкой и однородно нагретой до температуры, близкой к температуре кипения. При этом полагаем, что путем соответствующего выбора исходных параметров модели возможно удовлетворительное описание реального процесса горения частиц неплавящихся газифицирующихся материалов, например крахмала.

При описании параметров задачи приняты следующие обозначения:  $r$  — радиальная координата точки пространства, отсчитываемая от центра частицы, м;  $r_s$  — радиус частицы, м;  $\rho$  — плотность газовой фазы, кг/м<sup>3</sup>;  $c_p$  — теплоемкость, Дж/(кг·К);  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности, Дж/(К·м·с);  $V$  — скорость течения газовой фазы, м/с;  $T$  — температура газовой фазы, К;  $L$  — теплота испарения топлива, Дж/кг;  $Q$  — теплота сгорания, Дж/кг;  $\beta$  — массовый стехиометрический коэффициент;  $D$  — коэффициент диффузии, м/(с·К);  $C$  — относительная массовая концентрация;  $W$  — массовая скорость изменения содержания вещества вследствие химической реакции;  $n$  — порядок реакции горючего газа с кислородом воздуха.

Нижние индексы  $\infty$ , 1, 2, 3, 4,  $s$ , А и В относятся соответственно к начальным значениям параметров, кислороду воздуха, парам топлива, горючему газу, инертному газу (в состав которого входят продукты окисления, а также азот и другие инертные компоненты воздуха), частице, фронту А и фронту В. Нор-

мированные (безразмерные) параметры задачи отмечены символом «\*».

Сделаем предположения, способствующие представлению результатов моделирования в аналитической форме. Параметры  $c_p$  и  $\lambda$  постоянны. Число Льюиса  $Le = c_p \rho D / \lambda$  для кислорода воздуха и паров топлива равно 1. Число Льюиса для горючего газа  $Le_3 = c_p \rho D_3 / \lambda$  также является постоянной величиной, но в общем случае может отличаться от 1. Химическая реакция не меняет общего числа молекул. Различием молекулярных масс компонентов газообразной среды пренебрегаем. Газовая фаза подчиняется уравнению состояния идеального газа. Зависимость скорости химической реакции от температуры является достаточно резкой, чтобы аппроксимировать зоны химического превращения вокруг частицы сферами радиусом  $r_A$  и  $r_B$ , отвечающими положению фронтов А и В соответственно и являющимися поверхностями разрыва первых производных параметров задачи. Действием силы тяжести и теплопотерями на излучение также пренебрегаем.

Качественная схема распределения параметров задачи в окружающем частицу пространстве приводится на рис. 1.

В области  $r > r_s$  стационарные распределения  $C_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) и  $T$  вне узких зон химического превращения ( $r \approx r_A$  и  $r \approx r_B$ ) описываются уравнениями диффузии и теплопроводности:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \left( \rho C_i V - \rho D_i \frac{dC_i}{dr} \right) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \left( \rho c_p (T - T_\infty) V - \lambda \frac{dT}{dr} \right) = 0. \quad (2)$$

Справедливо также уравнение состояния газовой фазы при постоянном давлении и условие неразрывности потока среды:

$$\rho T = \rho_\infty T_\infty; \quad (3)$$

$$\rho V r^2 = (\lambda / c_p) K_1, \quad (4)$$

где  $K_1$  — константа.

Выражение для постоянного значения правой части (4) выбрано из соображений удобства послед-

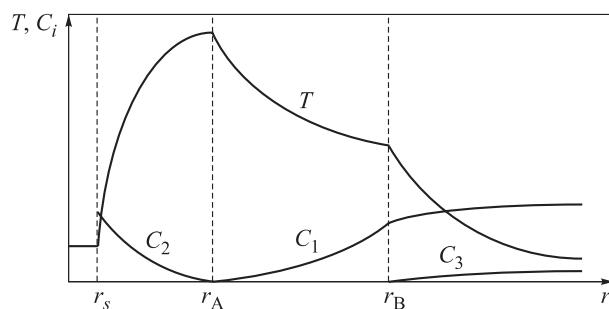


Рис. 1. Схема распределения  $C_i$  и  $T$  в окрестности горящей частицы

дующего использования. Распределение  $C_4$  получают из тождества

$$C_4 = 1 - C_1 - C_2 - C_3. \quad (5)$$

Запишем обычные условия (непрерывности  $T$  и  $C_i$ , сохранения массы и энергии), которыми связаны параметры задачи вблизи поверхности частицы, вблизи поверхностей диффузионных пламен и на большом удалении от частицы. Индексами “–0” и “+0” отмечены значения параметров задачи по разные стороны от рассматриваемой поверхности (со стороны соответственно меньших и больших  $r$ ):

- $r = r_s$ :

$$T = T_s; \rho C_2 V - \rho D_2 \frac{dC_2}{dr} \Big|_{+0} = \lambda \frac{dT}{dr} \Big|_{+0} \frac{1}{L} = \rho V;$$

- $r = r_A$ :

$$T_{-0} = T_{+0}; C_{i-0} = C_{i+0} = 0, i = 1, 2, 3;$$

$$-\beta_2 D_2 \frac{dC_2}{dr} \Big|_{-0} = D_1 \frac{dC_1}{dr} \Big|_{+0}; \quad (6)$$

$$-\mathcal{Q}_2 \rho D_2 \frac{dC_2}{dr} \Big|_{-0} = \lambda \frac{dT}{dr} \Big|_{-0} - \lambda \frac{dT}{dr} \Big|_{+0};$$

- $r = r_B$ :

$$T_{-0} = T_{+0}; C_{1-0} = C_{1+0}; C_{i-0} = C_{i+0} = 0, i = 2, 3;$$

$$\beta_3 D_3 \frac{dC_3}{dr} \Big|_{+0} = D_1 \left( \frac{dC_1}{dr} \Big|_{+0} - \frac{dC_1}{dr} \Big|_{-0} \right);$$

$$\mathcal{Q}_3 \rho D_3 \frac{dC_3}{dr} \Big|_{+0} = \lambda \left( \frac{dT}{dr} \Big|_{-0} - \frac{dT}{dr} \Big|_{+0} \right);$$

- $r = \infty$ :

$$T = T_\infty; C_1 = C_{1\infty}; C_2 = 0; C_3 = C_{3\infty}.$$

Решение системы уравнений (1)–(4), удовлетворяющее условиям (6), в зависимости от участка оси  $r$  может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{cases} r_s < r < r_A: \\ \quad T = K_3 + K_2 \exp(-K_1/r); C_1 = 0; \\ \quad C_2 = K_5 + K_4 \exp(-K_1/r); C_3 = 0; \\ r_A < r < r_B: \\ \quad T = K_7 + K_6 \exp(-K_1/r); \\ \quad C_1 = K_9 + K_8 \exp(-K_1/r); C_2 = C_3 = 0; \\ r_B < r: \\ \quad T = K_{11} + K_{10} \exp(-K_1/r); \\ \quad C_1 = K_{13} + K_{12} \exp(-K_1/r); C_2 = 0; \\ \quad C_3 = K_{15} + K_{14} \exp(-K_1/(Le_3 r)). \end{cases} \quad (7)$$

Размеры пламен  $r_A$ ,  $r_B$  и константы  $K_1, \dots, K_{15}$  с учетом исходных данных  $\lambda/c_p = \rho D_1 = \rho D_2 = \rho D_3/Le_3$  определяются соотношениями:

$$r_A = r_s \frac{\ln(Z)}{\ln(Y)}; r_B = r_s \frac{\ln(Z)}{\ln(X)}; K_1 = r_s \ln(Z);$$

$$K_2 = (L/c_p) Z; K_3 = -L/c_p + T_s; K_4 = -Y; K_5 = 1;$$

$$K_6 = -T_s + T_\infty - \left[ Q_2 - L - \frac{C_{3\infty} Q_3 (X - 1)}{X^{1/Le_3} - 1} \right] \frac{1}{c_p};$$

$$K_7 = T_s + (Q_2 - L)/c_p; K_8 = \beta_2 Y; K_9 = -\beta_2;$$

$$K_{10} = -T_s + T_\infty - \left( Q_2 - L + \frac{C_{3\infty} Q_3}{X^{1/Le_3} - 1} \right) \frac{1}{c_p};$$

$$K_{11} = T_s + \left( Q_2 - L + \frac{C_{3\infty} Q_3}{X^{1/Le_3} - 1} \right) \frac{1}{c_p}; \quad (8)$$

$$K_{12} = \beta_2 + C_{1\infty} + \frac{C_{3\infty} \beta_3}{Le_3 (X^{1/Le_3} - 1)};$$

$$K_{13} = -\beta_2 - \frac{C_{3\infty} \beta_3}{Le_3 (X^{1/Le_3} - 1)};$$

$$K_{14} = \frac{C_{3\infty} X^{1/Le_3}}{X^{1/Le_3} - 1}; K_{15} = -\frac{C_{3\infty}}{X^{1/Le_3} - 1},$$

$$\text{где } Y = 1 + \frac{C_{1\infty}}{\beta_2} - \frac{C_{3\infty} \beta_3 (X - 1)}{Le_3 \beta_2 (X^{1/Le_3} - 1)};$$

$$Z = 1 + \left[ \frac{C_{1\infty} Q_2}{\beta_2} + C_{3\infty} \left( Q_3 - \frac{Q_2 \beta_3}{Le_3 \beta_2} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{(X - 1)}{(X^{1/Le_3} - 1)} - c_p (T_s - T_\infty) \right] \frac{1}{L}.$$

Входящая в эти соотношения величина  $X$  неизвестна, и для ее определения требуется дополнительное к (6) условие, связывающее параметры задачи. Это условие представляет собой баланс между плотностью потока  $J_{3B}$  горючего газа во фронт В и скоростью переработки газа  $M_{3B}$  единицей площади поверхности данного пламени:

$$J_{3B} = M_{3B}. \quad (9)$$

Выразим  $J_{3B}$  и  $M_{3B}$  через введенные ранее параметры задачи. После несложных преобразований из (1) с учетом (7) и (8) получим:

$$J_{3B} = \rho D_3 \frac{dC_3}{dr} \Big|_{r_B+0} = (\lambda/c_p) K_1 (-K_{15})/r_B^2. \quad (10)$$

Согласно [3]

$$M_{3B} = \left[ \frac{2\lambda}{Q_3} \int_{T_\infty}^{T_B} W_3(C_3, T) dT \right]^{1/2}, \quad (11)$$

где в соответствии с (7) и (8)

$$T_B = K_7 + \frac{K_6}{X}; C_3 = K_{15} + K_{14} \left( \frac{K_{11} - T}{-K_{10}} \right)^{1/Le_3}. \quad (12)$$

В силу резкой зависимости скорости реакции от температуры вклад в интеграл из (11) дает лишь узкая область интегрирования вблизи  $T = T_B$ , в пределах которой  $C_3(T)$  можно аппроксимировать линейной функцией:

$$C_3 = F(T_B - T),$$

где с учетом (7), (8) и (12)

$$F = -\frac{dC_3}{dT} \Big|_{T_B} = \frac{K_{14}^{\text{Le}_3}}{\text{Le}_3 (-K_{10}) (-K_{15})^{\text{Le}_3 - 1}}.$$

Будем полагать, что химическая реакция горючего газа с кислородом воздуха происходит в одну необратимую стадию и имеет  $n$ -й порядок по недостающей компоненте (горючему газу), т. е.

$$W_3(C_3, T) = C_3^n W_3(T).$$

Тогда уравнение (10) можно преобразовать к виду

$$\frac{M_{3B}}{P} = \left[ \frac{2\lambda}{Q_3} \int_{T_\infty}^{T_B} (C'_3 W_3(T) dT) \right]^{1/2}, \quad (13)$$

где  $C'_3 = c_p (T_B - T) / (\text{Le}_3 Q_3)$ ;

$$P = (\text{Le}_3 F Q_3 / c_p)^{n/2}.$$

Правая часть (13) совпадает с выражением для массовой скорости переработки горючего газа единицей площади плоского пламени, которое распространяется по предварительно перемешанной газовоздушной смеси без теплопотерь [3]. Согласно (13) для этой смеси начальная температура  $T_\infty$ , температура продуктов горения  $T_B$  и концентрация газа  $C'_3 = c_p (T_B - T_\infty) / Q_3$ . Введя нормальную скорость распространения такого пламени  $u_n$ , перепишем (13) в виде

$$M_{3B} = P \rho_\infty C'_3 u_n. \quad (14)$$

Для дальнейшего применения (14) воспользуемся аппроксимацией

$$u_n = \begin{cases} a(T_B - T_{b,\min}), & \text{если } T_{b,\min} \leq T_B \leq T_{b,\max}; \\ 0, & \text{если } T_B < T_{b,\min}. \end{cases} \quad (15)$$

где  $a = u_{n,\max} / (T_{b,\max} - T_{b,\min})$ ;

$T_{b,\max}$ ,  $T_{b,\min}$  — экспериментальные значения температуры горения газовоздушной смеси соответственно стехиометрического состава и вблизи НКПР<sub>g</sub>;

$u_{n,\max}$  — экспериментальное значение нормальной скорости распространения пламени для смеси стехиометрического состава.

Аппроксимация (15) основана на следующих допущениях. В диапазоне  $T_{b,\min} \leq T_B \leq T_{b,\max}$ , отвечающем реальному существованию плоского пламени, характер зависимости  $u_n$  от  $T_B$  заимствуется из эксперимента. Экспериментальная зависимость  $u_n$  от концентрации газа для ряда бедных смесей углеводородных газов с воздухом удовлетворительно аппроксимируется линейной функцией [5]. В свою очередь, концентрация газа связана линейным соотношением с температурой горения такой смеси (в рамках используемого здесь предположения о постоянстве теплоемкости среды). Таким образом, представляется естественным описывать связь  $u_n$  и

$T_B$  линейным соотношением. Полагая для простоты  $u_n = 0$  вблизи НКПР<sub>g</sub>, приходим к уравнению (15).

Соотношением (15), очевидно, учитывается реальное существование предела диффузионного горения. Этот предел в рамках данной работы будем связывать не с теплопотерями на излучение, которыми, как указывалось выше, пренебрегаем, а с особенностями кинетики цепных химических реакций. Известное эмпирическое правило “температура во фронте кинетического пламени, распространяющегося по гомогенной перемешанной смеси горючего и окислителя, не опускается ниже  $T_{b,\min}$ ” [6], по мнению автора, может быть распространено на фронт диффузионного пламени в перемешанной смеси (фронт В), что и сделано в рамках соотношения (15).

Итак, представленная математическая модель рассматриваемого процесса базируется на следующих соотношениях параметров задачи. Величина  $X$  определяется на основе численного решения уравнения (9) с использованием соотношений (10), (14) и (15). Подстановкой значения  $X$  в выражения (8) устанавливается положение фронтов А и В, а также значения констант  $K_1, \dots, K_{15}$ . Распределения  $C_i$  и  $T$  в окружающем частицу пространстве определяются соотношениями (5) и (7).

## Результаты моделирования

Результаты моделирования будем демонстрировать на примере сферической частицы газифицирующегося твердого топлива. Рассмотрим два варианта добавки модельного газа к воздуху. В первом (I) варианте исследования к воздуху добавляется газ, идентичный продуктам газификации топлива, во втором (II) — газ, отличающийся от газа, использованного в варианте I, существенно большей диффузионной способностью.

Примем общие модельные значения параметров задачи для вариантов I и II:  $T_\infty = 298$  К;  $T_s = 998$  К;  $L = 2,6 \cdot 10^6$  Дж/кг;  $c_p = 1,4 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К);  $C_{1\infty} = 0,21 \times (1 - C_{3\infty})$ ;  $\rho_\infty = 1,3$  кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda = 5,6 \cdot 10^{-2}$  Дж/(К·м·с);  $n = 1$ ;  $\beta_2 = 3,5$ ;  $Q_2 = 5,6 \cdot 10^7$  Дж/кг. В случае применения результатов моделирования к реальным (т. е. имеющим конечную массу) частицам полагаем плотность горючего  $\rho_s^0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Различающиеся значения параметров задачи для вариантов I и II приведены в таблице.

Модельные характеристики топливовоздушной и газовоздушной смесей для варианта I заимствованы из сведений об этановоздушной смеси, а газовоздушной смеси для варианта II — из сведений о водородовоздушной смеси [5, 7]. Основная проблема такого заимствования заключалась в конфликтах между допущениями математической модели и фактическим описанием свойств упомянутых сме-

Модельные значения параметров задачи для вариантов I и II

Вариант	$\text{НКПР}_g$	$Q_3, \text{Дж}/\text{кг}$	$\text{Le}_3$	$\beta_3$	$u_{n,\min}, \text{м}/\text{с}$	$u_{n,\max}, \text{м}/\text{с}$	$T_{b,\min}, \text{К}$	$T_{b,\max}, \text{К}$	$a, \text{м}/(\text{с}\cdot\text{К})$
I	0,03	$5,6 \cdot 10^7$	1,0	3,5	0,05	0,45	1500	2540	$4,33 \cdot 10^{-4}$
II	0,08	$1,23 \cdot 10^7$	3,6	0,5	0,05	1,92	1000	2850	$1,04 \cdot 10^{-4}$

сей. Ниже приведены примеры разрешения таких конфликтов.

В силу монотонного увеличения реального значения  $\lambda$  с ростом температуры в качестве постоянного модельного значения параметра использовалось среднее геометрическое величин, отвечающих границам рабочего интервала температур (от 298 до  $\sim 2500$  К).

Модельные значения параметра  $T_{b,\min}$  для обоих вариантов задачи совпадают с экспериментальными. При этом реальная зависимость  $c_p$  от температуры (в модели предполагается  $c_p = \text{const}$ ) исключает численное совпадение экспериментальных значений  $Q$  и  $T_{b,\max}$  (54 МДж/кг и 2240 К для варианта задачи I и 120 МДж/кг и 2500 К для варианта II соответственно) с модельными значениями. Выбором  $c_p$ ,  $Q_2$  и  $Q_3$  минимизировалось относительное различие модельных и экспериментальных значений  $T_{b,\max}$ .

Значительное (на порядок) отклонение модельного значения параметра  $Q_3$  от экспериментального, как и для параметра  $\beta_3$  (экспериментальное значение  $\beta_3 = 4$ ), вызвано модельным условием совпадения плотности горючего газа и воздуха (при реальном отличии плотности водорода и кислорода в нормальных условиях в 16 раз). Это отклонение, однако, носит формальный характер, поскольку параметры  $Q_3$  и  $\beta_3$  используются согласно (8) в составе комплексов  $C_{3\infty}Q_3$  и  $C_{3\infty}\beta_3$ , значения которых для модельного газа и водорода отличаются не более чем на 20 %.

Величина  $T_s$  не оказывает существенного влияния на результаты исследования. Выбор весьма высокого значения для данного параметра вызван стремлением сделать его сопоставимым с минимальной расчетной температурой горения аэровзвесей [4].

Выбор  $L$  учитывал характерное экспериментальное значение константы диффузационного горения реальной сферической частицы в чистом воздухе  $K_s$ . Данная константа входит в соотношение, определяющее зависимость времени диффузационного горения  $\tau_s$  реальной (т. е. имеющей конечную массу) частицы от ее размера:

$$\tau_s = 4K_s r_s^2. \quad (16)$$

Для угля, например,  $K_s \approx 5 \cdot 10^6 \text{ см}^2$  [4]. Выражение, определяющее константу диффузационного горения

$$K_s = \rho_s^o c_p / (8\lambda \ln(Z)),$$

несложно получить, используя представленную выше стационарную модель при  $X \equiv Y$  и  $C_{3\infty} = 0$ , в предположении о квазистационарности процесса выгорания частицы. Последнее означает, что поле распределения параметров задачи описывается стационарным распределением (7)–(8), в котором величина  $r_s$  убывает со временем (вследствие газификации частицы).

Прежде чем перейти к изложению основных результатов моделирования, представляющих зависимости  $r_A$ ,  $r_B$ ,  $T_A$  и  $T_B$  от переменных параметров задачи  $C_{3\infty}$  и  $r_s$  для двух вариантов горючего газа, отметим, что в рамках предположений, лежащих в основе математической модели, область допустимых значений переменных параметров ограничена. Негорючесть газовоздушной смеси предполагает ограничение  $C_{3\infty}$  сверху, т. е.

$$C_{3\infty} < \text{НКПР}_g. \quad (17)$$

Существование фронта А предполагает ограничение  $r_s$  снизу. Действительно, согласно [3] удельная (на единицу площади поверхности пламени) скорость переработки горючего диффузионным пламенем не может превышать значения, равного удельной скорости переработки горючего ламинарным пламенем, распространяющимся по предварительно перемешанной стехиометрической смеси горючего с окислителем. С учетом (1), (7), (8), (17) и значений постоянных параметров задачи данное условие приводится к виду

$$r_s \geq \lambda C_{1\infty} / (c_p \beta_2 \rho_\infty u_{n,\max}). \quad (18)$$

Из (18) получаем  $r_s \geq 4,1 \text{ мкм}$ . В пользу существования условия (18) говорят результаты экспериментального исследования [8], в котором сферическое пламя вокруг горящих капель аэровзвеси тетраглина наблюдалось лишь при  $r_s \geq 5 \text{ мкм}$ .

Перейдем к изложению результатов моделирования. Согласно (8) и с учетом соотношения

$$0 < X - 1 \ll 1, \quad (19)$$

справедливого для исходных значений постоянных параметров задачи, выражения для размера и температуры первого фронта пламени вокруг горящей частицы имеют вид:

$$\begin{aligned} r_A^* = & \{ \ln [1 + C_{1\infty} Q_2 (L\beta_2)^{-1} + \\ & + C_{3\infty} (Q_3 \text{Le}_3 - Q_2 \beta_3 / \beta_2) L^{-1} - c_p (T_s - T_\infty) L^{-1}] \} \times \\ & \times \{ \ln [1 + C_{1\infty} / \beta_2 - C_{3\infty} \beta_3 / \beta_2] \}^{-1}; \end{aligned} \quad (20)$$

$$T_A = \{\beta_2 T_\infty + C_{1\infty}(Q_2 - L + c_p T_s)/c_p + \\ + C_{3\infty}[\beta_2 \text{Le}_3 Q_3 - \beta_3(Q_2 - L + c_p T_s)]/c_p\} \times (21) \\ \times \{\beta_2 + C_{1\infty} - C_{3\infty}\beta_3\}^{-1},$$

где  $r_A^* = r_A/r_s$ .

Данные выражения являются точными при  $\text{Le}_3 = 1$  и, как следствие, для варианта I. Графики зависимости  $r_A^*$  и  $T_A$  от содержания горючего газа в воздухе для рассматриваемых вариантов задачи приводятся соответственно на рис. 2 (кривые 1 и 2) и на рис. 3, а. Здесь и далее для содержания горючего газа в воздухе предусматриваем два представления, связанные соотношением  $C_{3\infty}^* = C_{3\infty}/\text{НКПР}_g$ .

Рассчитанные зависимости размера и температуры второго пламени от содержания горючего газа в воздухе при различных значениях  $r_s$  приводятся для рассматриваемых вариантов задачи соответственно на рис. 2 и рис. 3, б. Для иллюстрации соотношения размеров пламен вокруг частицы радиус второго пламени на рис. 2 представлен в нормированном виде:  $r_B^* = r_B/r_A$ . Из рис. 2, 3, а и 3, б следует, что для варианта задачи II диапазон значений параметра  $C_{3\infty}$ , при которых существует стационарное решение, ограничен сверху. Для верхней границы данного диапазона вводим обозначение ВПС (верхний предел существования) и предусматриваем два представления, связанные соотношением  $\text{ВПС}^* = \text{ВПС}/\text{НКПР}_g$ . Положение ВПС\* на упомянутых рисунках отвечает точке пересечения оси  $C_{3\infty}$  с ортогональным к ней отрезком пунктирной линии. Аналогичное ограничение допустимых значений  $C_{3\infty}$  следует учитывать при использовании (20) и (21) для варианта II.

Привести аналитические выражения для размера и температуры второго пламени в общем случае представляется затруднительным, однако это оказывается возможным при  $r_s > 20$  мкм. В этом случае согласно рис. 3, б во всем диапазоне рассматриваемых значений  $C_{3\infty}^*$  для обоих вариантов задачи справедливо приблизительное равенство

$$T_B \approx T_{b,\min}. \quad (22)$$

Используя для оценки  $X$  вместо (9) соотношение (22), после несложных преобразований с учетом (19) получим:

$$X \approx 1 + \{c_p(T_{b,\min} - T_\infty) - C_{3\infty}Q_3 \text{Le}_3\} \times \\ \times \{Q_2 - L - c_p(T_{b,\min} - T_s) + \\ + C_{3\infty}(\text{Le}_3 - 1)Q_3/2\}^{-1}, \quad (23)$$

откуда с учетом (8) имеем:

$$r_B^* \approx \{(C_{1\infty} - C_{3\infty}\beta_3)[Q_2 - L - c_p(T_{b,\min} - T_s) + \\ + C_{3\infty}(\text{Le}_3 - 1)Q_3/2]\} \times \\ \times \{\beta_2[c_p(T_{b,\min} - T_\infty) - C_{3\infty}Q_3 \text{Le}_3]\}^{-1}. \quad (24)$$

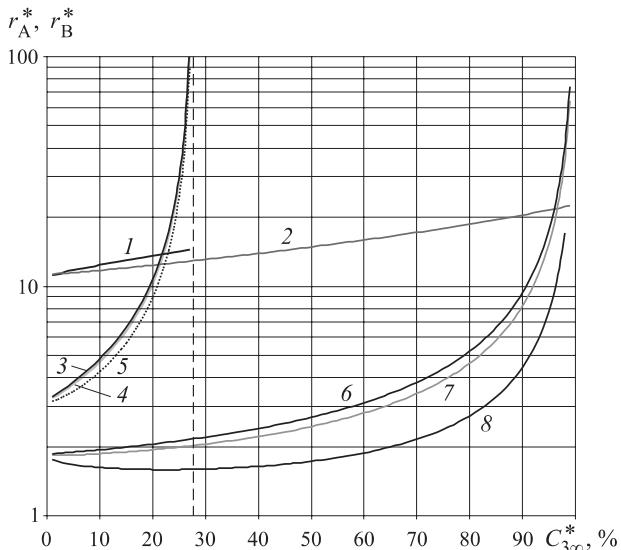


Рис. 2. Зависимость размера фронтов А (1, 2) и В (3–8) от содержания горючего газа в воздухе и только для фронта В от радиуса частицы: 3, 6 — 150 мкм; 4, 7 — 20 мкм; 5, 8 — 5 мкм; 2, 6–8 — вариант I; 1, 3–5 — вариант II

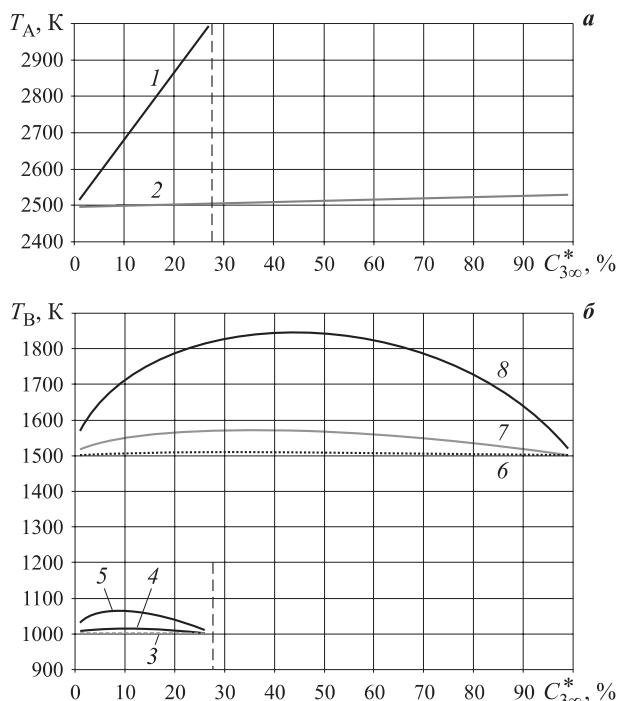


Рис. 3. Зависимость температуры во фронтах А (а) и В (б) от содержания горючего газа в воздухе и только для фронта В от радиуса частицы: 3, 6 — 150 мкм; 4, 7 — 20 мкм; 5, 8 — 5 мкм; 2, 6–8 — вариант I; 1, 3–5 — вариант II

Поскольку  $Q_3 \text{НКПР}_g = c_p(T_{b,\min} - T_\infty)$ , из (24) следует, что

$$\text{ВПС}^* = 1/\text{Le}_3. \quad (25)$$

Оценим прирост температуры среды, вызванный выгоранием горючего газа,  $\Delta T_3 = T(r, C_{3\infty}) - T(r, 0)$ . Здесь  $T(r, C_{3\infty})$  и  $T(r, 0)$  — температура среды на расстоянии  $r$  от частицы, горящей соответственно в гибридной атмосфере с содержанием горючего газа  $C_{3\infty}$

и в чистом воздухе ( $C_{3\infty} = 0$ ). С учетом (7), (8), (19), (23) и (25) для диапазона  $r_A < r < r_B$  несложно получить выражение

$$\Delta T_3 \approx (C_{3\infty}/\text{ВПС}) (T_{b,\min} - T_\infty). \quad (26)$$

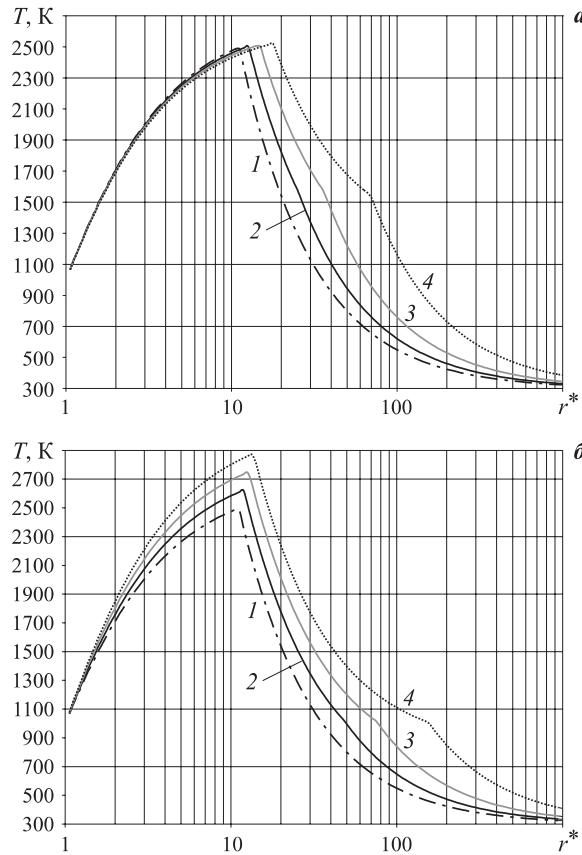
Отметим, что (26) выполняется с относительной точностью около 5 и 10 % соответственно для вариантов I и II.

Проведем оценку устойчивости полученных решений задачи. Поскольку тщательное исследование устойчивости решений выходит за рамки настоящей работы, воспользуемся следующим качественным методом. В рамках квазистационарного приближения будем считать, что соотношения (8) остаются справедливыми при малых возмущениях параметров стационарного решения задачи. Тогда возмущения параметров задачи полностью определяются отклонением величины  $X$  от своего точного значения, которое определялось из уравнения баланса (9). Данное отклонение приведет, в частности, к изменению  $r_B$  и нарушению баланса (9): скорость переработки горючего газа во фронте пламени  $M_{3B}$  превысит или окажется ниже скорости диффузионного потока горючего газа во фронт пламени  $J_{3B}$ . Вследствие возникшего дисбаланса фронт B придет в движение, направление которого зависит от соотношения  $M_{3B}$  и  $J_{3B}$ . Если  $M_{3B} > J_{3B}$ , то произойдет выжигание горючего газа в окрестности сферы ( $C_3 = 0$ ) со стороны свежей смеси, что приведет к увеличению радиуса сферы ( $C_3 = 0$ ) и смещению совпадающего с этой сферой положения фронта B к свежей смеси (см. рис. 1). И наоборот, если  $M_{3B} < J_{3B}$ , то фронт B сместится в сторону частицы. В рамках рассматриваемой оценки решение будет устойчивым (или неустойчивым), если возникшее движение фронта B уменьшает (или увеличивает) возмущение  $r_B$ . Данный анализ показал устойчивость всех решений задачи, графики которых представлены на рис. 2–4.

В завершение отметим, что использование вместо (9) искусственного условия  $r_A = r_B$  приведет к совпадению аналитических выражений настоящей работы с результатами [2].

### Обсуждение результатов моделирования

Моделирование стационарного, сферически симметричного горения частицы топлива в гибридной атмосфере подтвердило высказанное во введении предположение о существовании вокруг частицы двух, разнесенных в пространстве диффузионных фронтов пламени (A и B) разного типа. Фронты A и B отвечают диффузионному горению соответственно непримешанной и примешанной смеси горючего и окислителя. Некоторые из полученных характери-



**Рис. 4.** Распределение температуры в окружающем горячую частицу ( $r_s > 20$  мкм) пространстве для вариантов I (a) и II (b) при различном содержании горючего газа в воздухе (% соответственно от НКИР<sub>g</sub> и ВПС): 1 — 0; 2 — 25; 3 — 50; 4 — 75

стик рассмотренного процесса могут показаться неочевидными и потребовать пояснений, приведенных, по возможности, в настоящем разделе работы.

Известно, что стационарное решение задачи о сферически симметричном диффузионном пламени в неподвижной перемешанной горючей гомогенной смеси паров топлива и окислителя является неустойчивым и, следовательно, лишенным физического смысла [3]. В то же время качественный анализ продемонстрировал устойчивость положения фронта B для всех полученных в нашей работе стационарных решений. Это объясняется наличием стабилизирующих факторов по разные от данного фронта стороны: устойчивости фронта A и негорючести газо-воздушной смеси на большом удалении от частицы. Об эффективности использованного нами качественного метода анализа устойчивости стационарных решений задачи, сохраняющих сферическую симметрию при малых возмущениях, свидетельствует тот факт, что данным методом легко обнаруживается неустойчивость стационарного решения упомянутой выше задачи из [3].

Согласно рис. 3, a и данным таблицы величина  $T_A$  для варианта I близка к  $T_{b,\max}$  для смеси паров горю-

чего с воздухом. В то же время для варианта II  $T_A$  заметно превышает  $T_{b,\max}$  как для смеси паров горючего с воздухом, так и для смеси горючего газа с воздухом. Высокое значение  $T_A$  для варианта II обусловлено высоким значением  $Le_3$ , при котором температура в области, охваченной стационарным сферическим диффузионным пламенем в предварительно перемешанной газовоздушной смеси (фронтом В), может быть намного выше адиабатической температуры горения этой смеси [3].

Та же причина лежит в основе объяснения физического смысла соотношения (26). Согласно (26) выгорание горючего газа, содержащегося в атмосфере окружающего горящую частицу окислителя (воздуха), приводит к дополнительному (применительно к случаю отсутствия газа) увеличению температуры среды, которое для точек пространства с координатой в диапазоне от  $r_A$  до  $r_B$  превышает теплосодержание газовоздушной смеси в  $Le_3$  раз.

Для варианта II в диапазоне  $HKPR_g/Le_3 < C_{3\infty} < HKPR_g$  решение уравнения (9) относительно  $X$  отсутствует: при любом  $X$  и, следовательно, при любом (превышающем  $r_A$ ) значении  $r_B$  имеет место неравенство  $M_{3B} > J_{3B}$ . В соответствии с предложенным выше анализом устойчивости решений задачи данное неравенство свидетельствует о том, что в указанном диапазоне значений  $C_{3\infty}$  происходит неограниченный рост размера фронта В. Данный эффект объясняется упомянутым выше сверхадиабатическим нагревом среды в зоне  $r < r_B$  при условии медленного (квазистационарного) увеличения  $r_B$  и отсутствия теплопотерь на излучение.

Соотношения (20) и (21) являются точными для варианта I и формально могут быть использованы за пределами рассматриваемого в работе диапазона  $C_{3\infty}$ , отвечающего существованию стационарного решения задачи ( $0 \leq C_{3\infty} < HKPR_g$ ), а именно на смежном диапазоне ( $HKPR_g \leq C_{3\infty} < C_{1\infty}/\beta_3$ ), отвечающем горючей газовоздушной смеси. Это правомерно по следующей причине. После нестационарного выгорания горючей смеси во всем окружающем частицу пространстве возникает стационарный режим горения частицы с единственным фронтом А, размер которого (с учетом возросшей температуры среды и отсутствия горючего газа на периферии) описывается соотношениями (20) и (21). Причина правильного описания режима горения, к которому параметры задачи стремятся после релаксации нестационарного процесса, заключается в сохранении подобия полей концентраций и температур на всем протяжении данного процесса при  $Le_3 = 1$ .

Одновременно отметим, что распространение соотношений (20) и (21) на аналогичный диапазон концентраций горючего газа для варианта II ( $WPC \leq C_{3\infty} < C_{1\infty}/\beta_3$ ) недопустимо, поскольку может при-

вести к неверным результатам. Последнее вызвано тем, что связь между полями концентраций и температуры при  $Le_3 \neq 1$  будет различной для нестационарного и стационарного процессов. Формальная причина запрета связана с тем, что при значениях  $C_{3\infty}$  из указанного диапазона нет действительного решения (9) относительно параметра  $X$ , который присутствует в точных представлениях выражений (20) и (21) для этого варианта задачи.

Согласно рис. 2 при  $r_s$  порядка 20 мкм и более имеет место подобие размеров диффузионных пламен и полей распределения температуры среды в пространстве: в соответствующие зависимости величина  $r_s$  входит через отношения  $r_A/r_s$  и  $r_B/r_s$ . При  $r_s < 20$  мкм такого подобия не наблюдается из-за того, что газовоздушная смесь на внешней стороне фронта В становится способной распространять пламя. Во избежание недоразумений напомним, что нами рассматривается изначально (до воспламенения частицы) негорючая газовоздушная смесь. Поскольку  $HKPR_g$  снижается с ростом температуры смеси [6], газовоздушная смесь, негорючая вдали от частицы, может оказаться горючей в некоторой, прогретой фронтом А окрестности частицы. Признаком горючести такой газовоздушной смеси является заметное превышение температурой  $T_B$  критического значения  $T_{b,\min}$  (см. рис. 3).

### Сравнение результатов расчета и экспериментов

Исходные предположения математической модели двухфронтового горения вокруг частицы топлива идеализируют или устраняют вовсе воздействие на рассматриваемый процесс реальных факторов (гравитации, потерю тепла на излучение, конечного ускорения химической реакции с ростом температуры и ряда других). Серьезный теоретический анализ влияния данных факторов на полученные здесь результаты выходит за рамки настоящей работы. Поскольку обилие упрощающих исследование предположений порождает сомнение в правомерности полученных результатов, представляется разумным сопоставить их с результатами соответствующего экспериментального исследования.

К сожалению, автор не обнаружил опубликованных результатов экспериментальных исследований рассмотренного здесь процесса, что исключает прямую экспериментальную проверку полученных закономерностей. Тем не менее предпримем попытку косвенной проверки данных закономерностей с использованием результатов тех экспериментальных исследований, которые близки по своей постановке к рассмотренной задаче. Наиболее близкими к настоящей работе являются экспериментальные исследования распространения пламени в гибридной

смеси, под которой будем понимать совокупность несоприкасающихся частиц, взвешенных в гибридной атмосфере. Ниже приводится типичное описание такого исследования, одному из результатов которого дадим объяснение на основе полученных в нашей работе закономерностей.

Отложение горючего дисперсного материала массой  $M$  распыляют в герметичной камере объемом  $U$  кратковременным воздействием струи газовоздушной смеси, отвечающей требуемому начальному давлению и составу формирующейся в этой камере гибридной атмосферы. Образовавшуюся турбулентную гибридную смесь с задержкой по времени  $\tau$  зажигают искрой или горящим пиротехническим составом с известным тепловыделением  $Q$ . О горении смеси судят по изменению давления в камере  $P$  с течением времени  $t$ . В единичном опыте с конкретными значениями начальной среднеобъемной концентрации пыли  $\rho_s = M/U$  и концентрации горючего газа в воздухе  $C_g$  определяют максимальное давление продуктов горения  $P_{\max}$ . Условие распространения пламени по смеси имеет вид  $P_{\max} \geq P_{\max,cr}$ , где пороговое значение давления  $P_{\max,cr}$  составляет обычно 50 кПа. Согласно опыту исследований [4] на величину  $P_{\max}$  могут оказывать влияние все из перечисленных выше параметров:  $P_{\max} = P_{\max}(\rho_s, C_g, \Psi)$ . Здесь  $\Psi$  обозначает набор существенных параметров конкретной экспериментальной методики —  $U, Q$  и  $\tau$ , а также параметры, которые не были упомянуты из-за краткости приведенного описания (например, особенности формы камеры или характеристики распыляющей струи).

В дальнейшем нас будет интересовать нижний концентрационный (по содержанию пыли в единице объема гибридной смеси) предел распространения пламени, который обозначим НКПР<sub>*s*</sub>. Согласно описанию методики исследования гибридной смеси зависимость НКПР<sub>*s*</sub> от  $C_g$  определяется условием

$$P_{\max}(\text{НКПР}_s, C_g, \Psi) = P_{\max,cr},$$

где параметры, входящие в  $\Psi$ , имеют фиксированные значения для конкретной методики экспериментального исследования гибридной смеси. Для наглядного представления данной зависимости в прямоугольных координатах ( $\rho_s, C_g$ ) выделяют две области, которые отвечают гибридным смесям, соответственно распространяющим и не распространяющим пламя. График НКПР<sub>*s*</sub>( $C_g$ ) является границей между этими областями.

Отмечена следующая закономерность [4]: график НКПР<sub>*s*</sub>( $C_g$ ) близок к отрезку прямой. На рис. 5, где использованы нормированные значения параметров ( $\rho_s^* = \rho_s/\text{НКПР}_{so}$ ,  $C_g^* = C_g/\text{НКПР}_{gt}$ ), такой отрезок представлен линией 2. Здесь НКПР<sub>*so*</sub> и НКПР<sub>*gt*</sub> — нижний концентрационный предел распростра-

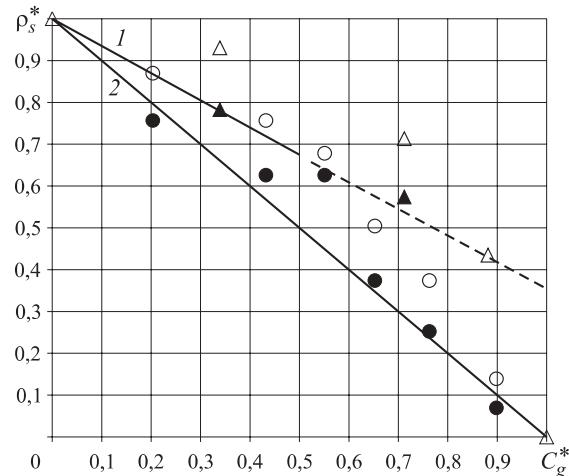


Рис. 5. Результаты испытаний горючей ( $\Delta, \circ$ ) и негорючей ( $\blacktriangle, \bullet$ ) смеси *крахмал – водород – воздух* на горючесть в камере объемом  $5,1 \text{ м}^3$  ( $\Delta, \blacktriangle$ ) и  $0,18 \text{ м}^3$  ( $\circ, \bullet$ ): 1 — расчетная граница горючести; 2 — граница горючести по правилу Ле-Шателье

нения пламени, измеренный соответственно для пылевоздушной смеси (при  $C_g = 0$ ) и для турбулизированной газовоздушной смеси (при  $\rho_s = 0$ ). Данную закономерность принято именовать правилом Ле-Шателье по аналогии с закономерностью горения многокомпонентных газовоздушных смесей [6].

Имеются, однако, два случая существенного отклонения от этой закономерности, на которые принято обращать внимание при обсуждении результатов исследования гибридных смесей [4]. Первый случай относится к смеси *PBX* (с  $d_m = 14 \text{ мкм}$ ) — метан — воздух [10], второй — к смеси *крахмал* (с  $d_m = 15 \text{ мкм}$ ) — водород — воздух (где  $d_m$  — средний габаритный размер частиц дисперсной компоненты смеси) [11].

Представляется нецелесообразным анализировать первый случай ввиду низкой точности эксперимента в [10]: соседние значения исследованных концентраций пыли отличались в 2 раза, что не позволяет осуществить надежную проверку аналитической аппроксимации НКПР<sub>*s*</sub>( $C_g$ ), поэтому для косвенной проверки расчетов нашей работы обратимся ко второму случаю.

Гибридная смесь в [11] исследовалась в двух испытательных камерах квазицилиндрической формы объемом 0,18 и  $5,1 \text{ м}^3$  и отношением высоты к диаметру, равным 2 и 4 соответственно. Интенсивность турбулентности в камерах была, по-видимому, сопоставимой с той, которая достигается в 1- $\text{м}^3$  камере стандарта ISO 6184 и 20-л камере R. Siwek [4]. Для обеих испытательных камер  $P_{\max,cr} = 20,7 \text{ кПа}$ . В установках использованы разные источники зажигания: в камере объемом  $0,18 \text{ м}^3$  — пиротехнический состав с запасом энергии 10 Дж, объемом  $5,1 \text{ м}^3$  — скрученная клубком проволока длиной 1 м, “взывающаяся” под действием импульса электрического

тока и производящая тепловыделение, сопоставимое, по-видимому, с упомянутым выше. Результаты [11] приводятся на рис. 5. Можно отметить заметное отклонение границы между областями с горючей и негорючей гибридной смесью от правила Ле-Шателье, которое нельзя исключить ссылками на погрешность эксперимента и объяснение которого будет приведено ниже.

Заметим, что в литературе уже имелась попытка объяснить упомянутый эффект на основе предположения о первичности горения добавки водорода к воздуху аэровзвеси с температурой горения 700 К и ниже [9]. По нашему мнению, первичным горением в гибридной смеси следует считать горение дисперсной компоненты горючего, поскольку при любой, сколь угодно низкой, концентрации его возможно горение конкретной частицы. Именно такой подход позволяет корректно оценить температуру в зоне продуктов горения гибридной смеси, содержащей водород и имеющей состав, близкий к НКПР<sub>s</sub>.

Построим для смеси *крахмал – водород – воздух* расчетную зависимость НКПР<sub>s</sub><sup>\*</sup> ( $C_g^*$ ) на основе полученных выше результатов моделирования горения частицы топлива в гибридной атмосфере. Во избежание недоразумений отметим три существенных отличия условий рассматриваемых экспериментальных исследований от условий решенной в нашей работе задачи:

- 1) регистрируемый параметр в гибридной смеси относится не к горению отдельной частицы, а к распространению пламени по совокупности частиц;
- 2) гибридная смесь находится в состоянии турбулентного движения;
- 3) время горения отдельной частицы в гибридной смеси конечно.

Что касается первых двух отличий, то необходимо заметить, что отсутствие теории распространения турбулентного пламени по аэровзвеси исключает строгое обоснование метода построения искомой зависимости. Поэтому аргументы в пользу предлагаемых математических соотношений будут основываться на опубликованных результатах экспериментальных исследований и разумных предположениях.

В отношении третьего отличия отметим, что квазистационарность фронта А подтверждена расчетами [6] и экспериментами [4]. Вопрос о квазистационарности фронта В является открытым: при высоком значении  $r_B^*$  время, необходимое для расширения фронта В от размера  $r_A$  (в момент зажигания частицы) до расчетного размера, может оказаться больше времени горения частицы. Однако из дальнейших рассуждений следует, что для построения искомой зависимости важен сам факт появления фронта В.

Перейдем к оценке НКПР<sub>s</sub><sup>\*</sup> ( $C_g^*$ ). Согласно результатам моделирования горящая в гибридной атмосфере частица инициирует выгорание газовоздушной смеси и, следовательно, дополнительное (по сравнению с горением в чистом воздухе) повышение температуры среды на расстояниях, заметно превосходящих радиус собственного пламени  $r_A$ . Прирост температуры среды, вызванный выгоранием газа, для стационарной задачи определяется выражением (26). Разумно предположить, что аналогичный эффект возникает при горении конкретной частицы во фронте пламени, распространяющемся по совокупности частиц, взвешенных в турбулизированной гибридной атмосфере. При этом для турбулентной среды аналогом множителя ( $C_{3\infty}$ /ВПС) в правой части (26) выступит  $C_g^*$ , и выражение прироста температуры такой среды  $\Delta T_g$  примет вид:

$$\Delta T_g = C_g^* (T_{b,\min} - T_\infty). \quad (27)$$

Будем полагать, что горение взвеси частиц топлива в гибридной атмосфере эквивалентно горению взвеси в чистом воздухе с начальной температурой  $T_0$  (К), которая повышается до уровня  $T_0 = 298 + \Delta T_g$ . Такое повышение температуры свежей аэровзвеси должно повлиять на критическое значение концентрации топлива.

Для оценки этого влияния воспользуемся зависимостью нижнего концентрационного предела распространения пламени по турбулентной аэровзвеси НКПР от начальной температуры равномерно нагретой аэровзвеси при нормальном давлении [9]:

$$\frac{\text{НКПР}(T_0)}{\text{НКПР}(298)} = \left(1 - \frac{T_0 - 298}{T_f - 298}\right) \left(\frac{298}{T_0}\right), \quad (28)$$

где НКПР(298) — значение НКПР аэровзвеси при начальной температуре 298 К;

$T_f$  — постоянная, значение которой зависит от химического состава дисперсного горючего;  $T_f = (1550 \pm 120)$  К.

Второй сомножитель правой части (28) учитывает специфику определения НКПР в реакционной камере постоянного объема, а именно уменьшение массы воздушной компоненты аэровзвеси с ростом ее начальной температуры при нормальном начальном давлении. Поскольку масса газовой компоненты гибридной смеси не зависит от состава смеси, описание интересующей нас закономерности отличается от (28) отсутствием упомянутого сомножителя. С учетом этого обстоятельства и соотношения (27) получим:

$$\text{НКПР}_s^* = 1 - C_g^* \frac{T_{b,\min} - 298}{T_f - 298}. \quad (29)$$

Следует заметить, что экспериментальное подтверждение справедливости (28) вряд ли распро-

страняется на случай  $T_0 > 600$  К из-за технических проблем значительного нагрева испытательной камеры и возможной термической деструкции распыленного в горячей атмосфере дисперсного материала к моменту зажигания аэровзвеси. В связи с этим область применения (29) даже при разумной линейной аппроксимации расчетных соотношений за пределы области апробации целесообразно ограничить значениями  $C_g^*$  из диапазона

$$0 \leq C_g^* \leq 0,5. \quad (30)$$

Для варианта задачи I ( $T_{b,\min} \approx T_f = 1500$  К) зависимость (29) совпадает с правилом Ле-Шателье (линия 2 на рис. 5). Для варианта II ( $T_{b,\min} = 1000$  К,  $T_f = 1500$  К) зависимость (29) представлена отрезком 1 на рис. 5. Наблюдаются хорошее соответствие результатов расчета и экспериментов в диапазоне (30). Участок расчетной зависимости за пределами этого диапазона представлен пунктиром.

Удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных зависимостей является косвенным свидетельством правомерности полученных в данной работе результатов.

### Заключение

Предложена аналитическая модель стационарного сферически симметричного двухфронтового диффузионного горения вокруг неподвижной частицы газифицирующегося топлива бесконечной (для обеспечения стационарности горения) плотности в гибридной атмосфере, которая основана на уравнениях диффузии и теплопроводности. Под гибридной атмосферой понимается смесь воздуха с горючим газом, присутствующим в количестве, меньшем нижнего концентрационного предела распространения плоского пламени по газовоздушной смеси (НКПР<sub>g</sub>). Ближайший к частице фронт пламени (A) имеет ту же природу, что и единственный диффузионный фронт пламени вокруг частицы, горящей в чистом воздухе [1]. Во втором фронте пламени (B) происходит устойчивое диффузионное горение перемешанной смеси газа с воздухом.

Основные допущения, способствующие представлению результатов моделирования в аналитической форме, сводились к пренебрежению действием гравитации, потерями тепла на излучение,

конечной толщиной диффузионного пламени, зависимостью теплофизических параметров среды от температуры. Предполагали также, что температура пламени на пределе диффузионного горения во фронте B совпадает с температурой плоского пламени в газовоздушной смеси на НКПР<sub>g</sub>. Число Льюиса равнялось 1 для всех компонентов газовой фазы, кроме горючего газа, у которого данный параметр ( $Le_3$ ) мог принимать различные значения.

Результаты моделирования иллюстрировались на двух вариантах исходных данных. В первом варианте все горючие газообразные компоненты идентичны типичному углеводороду (этану). Второй вариант моделирования отличался от первого только диффузионной способностью горючего газа, величиной НКПР<sub>g</sub> и температурой горения на данном пределе, заимствованными у водорода. Для обоих вариантов задачи приведены графические зависимости размера и температуры диффузионных пламен от содержания горючего газа в воздухе и от радиуса частицы.

Геометрическое подобие полей распределения температуры в пространстве отсутствовало для частиц с радиусом порядка 20 мкм и менее. Как и в случае неустойчивого стационарного диффузионного пламени в гомогенной горячей перемешанной смеси при  $Le_3 > 1$  в области, ограниченной поверхностью фронта B, отмечалась сверхадиабатическая температура среды. Стационарное решение задачи отсутствовало при концентрации горючего газа, превышающей НКПР<sub>g</sub>/Le<sub>3</sub>. При горении частицы в гибридной атмосфере функция распределения температуры в пространстве между фронтами A и B линейно росла с увеличением содержания горючего газа.

Последняя закономерность использована для количественного объяснения зависимости нижнего концентрационного предела распространения пламени по дисперсной компоненте (НКПР<sub>s</sub>) от содержания горючего газа, в том числе водорода, в атмосфере турбулентной гибридной смеси пыль – горючий газ – воздух. Ввиду отсутствия теории турбулентного горения аэровзвеси переход от закономерностей горения одиночной частицы к закономерностям горения аэровзвеси использовал разумные предположения и известную экспериментальную зависимость НКПР<sub>s</sub> аэровзвеси от начальной температуры.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Варшавский Г. А. Горение капли жидкого топлива. Диффузионная теория / Бюро новой техники НКАП. — 1945. — № 6. — 17 с. // В кн.: Теория горения порохов и взрывчатых веществ. — М.: Наука, 1982. — С. 87–106.
2. Law C. K. Deflagration and extinction of fuel droplet in a weakly-reactive atmosphere / J. Chem. Phys. — 1978. — Vol. 68. — P. 4218–4221. doi: 10.1063/1.436286.

3. Зельдович Я. Б., Баренбламт Г. И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. — М. : Наука, 1980. — 478 с.
4. Eckhoff R. K. Dust explosions in the process industries. 3rd edition. Gulf Professional Publishing. — Boston : Elsevier, 2003. — 720 p.
5. Карпов В. П., Северин Е. С. Влияние коэффициентов молекулярного переноса на турбулентную скорость выгорания // ФГВ. — 1980. — Т. 16, № 1. — С. 45–51.
6. Williams F. Combustion Theory. Second Edition. — Boulder : Westview Press, 1985. — 704 p.
7. Таблицы физических величин : справочник / Под ред. И. К. Кикоина. — М. : Атомиздат, 1976. — 1008 с.
8. Burgoyne J. H., Cohen L. The effect of drop size on flame propagation in liquid aerosols // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. — 1954. — Vol. 225, Issue 1162. — P.375–392. doi: 10.1098/rspa.1954.0210.
9. Hertzberg M., Cashdollar K. L. Introduction to dust explosions // Industrial dust explosions / Cashdollar K. L., Henzberg M. (eds.) // ASTM Special Technical Publication 958. — Philadelphia : ASTM, 1987. — P. 5–32.
10. Bartknecht W. Explosion — Ablauf und Schutzmaßnahmen. — Berlin – Heidelberg – New York : Springer-Verlag, 1980. — 259 s. doi: 10.1002/cite.330530411.
11. Gaug M., Knystautas R., Lee J. H. S., Benedick W. B., Nelson L., Shepherd J. The lean flammability limits of hybrid mixtures // Progress in Astronautics and Aronautics. Vol. 105: Dynamics of Reactive Systems. Part II: Modeling and Heterogeneous Combustion. — AIAA, 1986. — P. 155–168.

*Материал поступил в редакцию 14 февраля 2015 г.*

English

## TWO FRONT OF COMBUSTION AROUND FUEL PARTICLE IN HYBRID ATMOSPHERE

**POLETAEV N. L.**, Doctor of Technical Sciences, Senior Researcher  
Leading Researcher, All-Russian Research Institute for Fire Protection  
of Emercom of Russia (VNIIPo, 12, Balashikha, Moscow Region, 143903,  
Russian Federation; e-mail address: nlpvniipo@mail.ru)

### ABSTRACT

Analytic solution of the problem of stationary spherically symmetric double-front diffusion combustion around a particle boiling fuel (with infinite density to ensure the stationarity of combustion) in a hybrid atmosphere was derived. Under the hybrid atmosphere was understood to be a mixture of air and combustible gas, present in a quantity smaller than the lower concentration limit of the flat flame propagation through gas-air mixture ( $LEL_g$ ). The nearest to particle flame front (A) has the same nature as the single diffusion flame front around the particle burning in clean air (Varshavsky, 1945). In the second flame front (B) there is a stable diffusion combustion of gas-air mixture.

Main assumptions facilitate the representation of results in analytical form, was to neglect the influence of gravity, heat loss by radiation, the real thickness of the diffusion flame, the dependence of the thermophysical parameters on the temperature. It was assumed that the temperature of the flame at the limit of diffusion combustion in front B coincides with the temperature of the flat flame in the gas-air mixture at  $LEL_g$ . The Lewis number equal to 1 for all components of the gas phase apart from the combustible gas, in which this parameter ( $Le_3$ ) can take different values.

The results are illustrated on two variants of the original data. In the first variant, all combustible gaseous components identical to typical hydrocarbon (ethane). The difference between the second variant of the modeling from the first variant was only the fuel gas for which diffusion capacity,  $LEL_g$  and the burning temperature, borrowed from hydrogen. Dependencies of the size and temperature of the diffusion flames on the content of combustible gas in the air and the particle radius shown in the graphic form for both versions.

The geometric similarity of the fields of temperature distribution in space was absent for particles with radius of the order of and less than 20  $\mu\text{m}$ . As in the case of unstable stationary diffusion flame in a homogeneous combustible mixture (Zeldovich, 1944) when  $\text{Le}_3 > 1$  in the area bounded by the front surface B, it was noted superadiabatic temperature. The stationary solution of the task was absent when the concentration of combustible gas exceeds  $\text{LEL}_g / \text{Le}_3$ . The function of the temperature distribution in the space between the fronts A and B linearly increased with the increase of the content of combustible gas.

The last rule was used for the quantitative explanation of the dependence of the lower concentration limits of flame propagation in dispersive component ( $\text{HKPIR}_s$ ) on the content of combustible gas in the turbulent hybrid dust – combustible gas-air mixture, including an explanation of the particular case, when the combustible gas is hydrogen. Due to the lack of a theory of turbulent combustion of dust-air mixture in this application used reasonable assumptions and known experimental dependence  $\text{HKPIR}_s$  of dust-air mixture on the initial temperature.

**Keywords:** modeling; combustion; particle of fuel; hybrid atmosphere; hybrid mixture.

## REFERENCES

- Varshavskiy G. A. Goreniye kapli zhidkogo topliva. Diffuzionnaya teoriya [Combustion of liquid fuel droplet. Diffusion theory]. Byuro novoy tekhniki NKAP — Bureau of New Technique NKAP, 1945, no. 6. 17 p. *Teoriya goreniya porokhov i vzryvchatykh veshchestv* [In: Theory of gunpowder and explosives burning]. Moscow, Nauka Publ., 1982, pp. 87–107.
- Law C. K. Deflagration and extinction of fuel droplet in a weakly-reactive atmosphere. *J. Chem. Phys.*, 1978, vol. 68, pp. 4218–4221. doi: 10.1063/1.436286.
- Zeldovich Ya. B., Barenblatt G. I., Librovich V. B., Makhviladze G. M. *Matematicheskaya teoriya goreniya i vzryva* [Mathematical theory of combustion and explosions]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 478 p.
- Eckhoff R. K. *Dust explosions in the process industries. 3<sup>rd</sup> edition*. Gulf Professional Publishing. Boston, Elsevier, 2003. 720 p.
- Karpov V. P., Severin E. S. Vliyaniye koeffitsientov molekuljarnogo perenosa na turbulentnyu skorost vygoraniya [Influence of coefficients of molecular transfer on the turbulent speed of burning out]. *Fizika goreniya i vzryva — Combustion and Explosion Physics*, 1980, vol. 16, no. 1, pp. 45–51.
- Williams F. *Combustion theory. 2<sup>nd</sup> edition*. Boulder, Westview Press, 1985. 704 p.
- Kikoin I. K. (ed.) *Tablitsy fizicheskikh velichin* [Tables of Physical Values]. Moscow, Atomizdat, 1976. 1008 p.
- Burgoyne J. H., Cohen L. The effect of drop size on flame propagation in liquid aerosols. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1954, vol. 225, issue 1162, pp. 375–392. doi: 10.1098/rspa.1954.0210.
- Hertzberg M., Cashdollar K. L. Introduction to dust explosions. In: Industrial dust explosions. Cashdollar K. L., Henzberg M. (eds.). *ASTM Special Technical Publication 958*. Philadelphia, ASTM, 1987, pp. 5–32.
- Bartknecht W. *Explosion — Ablauf und Schutzmaßnahmen*. Berlin – Heidelberg – New York, Springer-Verlag, 1980. 259 s. doi: 10.1002/cite.330530411.
- Gaug M., Knystautas R., Lee J. H. S., Benedick W. B., Nelson L., Shepherd J. *The lean flammability limits of hybrid mixtures. Progress in Astronautics and Aronautics*. Vol. 105 — Dynamics of Reactive Systems. Part II — Modeling and Heterogeneous Combustion. AIAA, 1986, pp. 155–168.