

ПОЖАРОВЗРЫВБЕЗОПАСНОСТЬ/FIRE AND EXPLOSION SAFETY. 2024. Т. 33. № 2. С. 59–67
POZHAROVZRYVOBEZOPASNOST/FIRE AND EXPLOSION SAFETY. 2024; 33(2):59-67

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/RESEARCH PAPER

УДК 614.844, 519.217.2

<https://doi.org/10.22227/0869-7493.2024.33.02.59-67>

Моделирование процесса эксплуатации систем противопожарной защиты с использованием марковских цепей

Леонид Тимофеевич Танклевский¹, Александр Алексеевич Таранцев²✉, Иван Дмитриевич Балабанов¹

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Россия

² Институт проблем транспорта им. Н.С. Соломенко Российской академии наук, г. Санкт-Петербург, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. В данной статье рассмотрены теоретические и практические аспекты применения цепей Маркова к моделированию функционирования систем противопожарной защиты объектов на примере автоматических установок пожаротушения.

Материалы и методы. В процессе работы использован математический аппарат цепей Маркова и приведены соответствующие теоретические сведения. В качестве примера принята автоматическая установка пожаротушения и приведен граф ее состояний, с помощью которого становится возможным теоретически описать и количественно оценить вероятности состояний установки. Показана возможность оптимизации такого графа.

Теоретические основы. Определение вероятностей состояний исследуемой системы (в данном случае — автоматической установки пожаротушения) в процессе эксплуатации — режим готовности, временного отключения, срабатывания, восстановления готовности и тестирования, что позволяет как оценить эффективность ее применения, так и выработать необходимые рекомендации по повышению эффективности.

Результаты и их обсуждение. В результате исследования были получены математические выражения и количественные оценки вероятностей состояний автоматической установки пожаротушения, на основе которых могут быть сформулированы предложения по повышению эффективности ее функционирования. С использованием оптимизированного графа марковской цепи получено аналитическое выражение для оценки динамики вероятности состояния готовности к применению автоматической установки пожаротушения.

Выводы. На примере процесса эксплуатации автоматической установки пожаротушения показана возможность его описания с помощью полумарковской цепи с целью оценки вероятностей состояний установки. Также показана возможность оптимизации цепи с целью ее упрощения и получения аналитических выражений динамики вероятностей состояний. Представленный подход может быть использован другими исследователями для решения аналогичных задач.

Ключевые слова: автоматические установки пожаротушения; вероятности состояний; моделирование; безопасность; граф состояний

Для цитирования: Танклевский Л.Т., Таранцев А.А., Балабанов И.Д. Моделирование процесса эксплуатации систем противопожарной защиты с использованием марковских цепей // Пожаровзрывобезопасность/Fire and Explosion Safety. 2024. Т. 33. № 2. С. 59–67. DOI: 10.22227/0869-7493.2024.33.02.59-67

✉ Таранцев Александр Алексеевич, e-mail: t_54@mail.ru

Modelling the operation process of fire protection systems using Markov chains

Leonid T. Tanklevskiy¹, Alexander A. Tarantsev²✉, Ivan D. Balabanov¹

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russian Federation

² Solomenko Institute of Transport Problems of the Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. In this paper, theoretical and practical aspects of application of Markov chains to modelling of functioning of systems of fire protection of objects on the example of automatic fire extinguishing systems are considered.

Materials and methods. In the process of work, the mathematical apparatus of Markov chains was used and relevant theoretical information was provided. An automatic fire extinguishing system is used as an example and a graph of its states is given, with the help of which it becomes possible to describe theoretically and quantitatively estimate the probabilities of the installation states. The possibility of optimization of such a graph is shown.

Theoretical basis. Determination of probabilities of the conditions of the system under study (in this case, an automatic fire extinguishing system) during operation — readiness mode, temporary shutdown, operation, restoration of readiness and testing, which allows both to assess the effectiveness of its application and to develop the necessary recommendations to improving efficiency.

The results and their discussion. As a result of the study, mathematical expressions and quantitative estimates of the probabilities of the states of an automatic fire extinguishing system were obtained, on the basis of which proposals can be formulated to improve the efficiency of its functioning. Using the optimized Markov chain graph, an analytical expression for estimating the dynamics of the state probability of readiness to use of an automatic fire extinguishing system was obtained.

Conclusions. Using the example of the operation process of an automatic fire extinguishing system, the paper shows the possibility of describing it using a semi-Markov chain in order to assess the probabilities of installation conditions. The possibility of optimizing the chain in order to simplify it and obtain analytical expressions of the dynamics of the probabilities of states is also shown. The presented approach can be used by other researchers to solve similar problems.

Keywords: automatic fire extinguishing installations; state probabilities; modelling; safety; graph of states

For citation: Tanklevskiy L.T., Tarantsev A.A., Balabanov I.D. Modelling the operation process of fire protection systems using Markov chains. *Pozharovzryvbezopasnost/Fire and Explosion Safety*. 2024; 33(2):59-67. DOI: 10.22227/0869-7493.2024.33.02.59-67 (rus).

✉ Alexander Alekseevich Tarantsev, e-mail: t_54@mail.ru

Введение

Защита людей и материальных ценностей от опасных факторов пожара (ОФП) является одной из важнейших задач нашего государства¹. Для этого систе-

мами противопожарной защиты (СППЗ)² должны быть оснащены различные объекты, в том числе объекты транспортной инфраструктуры: гаражи и автостоянки закрытого типа, заправочные станции, станции техоб-



a



b



c



d

Рис. 1. Модульные АУП: *a* — тушения тонкораспыленной водой; *b* — газового; *c* — пенного; *d* — порошкового тушения (фото из открытого доступа в сети Интернет)

Fig. 1. Modular automatic fire extinguishing systems: *a* — fine spray water extinguishing; *b* — gas; *c* — foam; *d* — powder extinguishing (Photos from open access on the Internet)

¹ О пожарной безопасности : Федеральный закон от 21.12.1994 № 69-ФЗ (последняя редакция).

² Технический регламент о требованиях пожарной безопасности : Федеральный закон от 22 июля 2008 года № 123-ФЗ (с изменениями).

служивания и ремонта транспортных средств и т.п. Важное место среди СППЗ занимают автоматические установки пожаротушения (АУП)³ [1, 2], позволяющие оперативно подать огнетушащие вещества (ОТВ) в очаг пожара (рис. 1) [3, 4].

Срабатывание АУП при пожаре позволяет также выдать соответствующий сигнал в пожарную часть, в районе выезда которой находится защищаемый объект, а также активировать на нем систему оповещения и управления эвакуацией (СОУЭ) [5], являющейся важной составляющей общей СППЗ объекта, для обеспечения безопасности находящихся там людей^{4, 5}. Это в полной мере относится и к системе дымоудаления⁶ [6], а также к дежурно-диспетчерским службам⁷ [7].

В этой связи представляется целесообразным провести моделирование процесса эксплуатации СППЗ (готовность к применению, срабатывание, восстановление готовности, проверки, хранение и т.п.). Такое моделирование позволит оценить эффективность и надежность работы системы и выявить возможные узкие места или риски при ее эксплуатации. Такой подход также позволит оптимизировать процессы в области готовности к применению, срабатывания, восстановления готовности, проверок и хранения. Кроме того, моделирование с использованием цепей Маркова [8–10] позволит провести анализ вероятности срабатывания системы в различных условиях эксплуатации и оценить ее надежность [11–13]. Таким образом, данное исследование будет полезным для оптимизации процессов эксплуатации СППЗ и повышения уровня безопасности и надежности системы с учетом имеющихся разработок в этой области [14, 15].

Теория и расчеты

Краткая историческая справка: в 1906 г. выдающийся русский математик Андрей Андреевич Марков (1856–1922) предложил подход [16] к исследованию систем и процессов, сущность которого

в следующем. Пусть исследуемая система может пребывать в конечном числе n состояний $\{S\}$, а переход из одного состояния в другое обуславливается только вероятностью этого состояния и вероятностями перехода в другие состояния, но не зависит от предыстории, т.е. от предыдущего состояния. При этом граф переходов будет выглядеть как n -мерная цепочка состояний $\{S\}$ (отсюда и термин «цепь Маркова»), а соответствующая ему матрица вероятностей переходов $\{p_{ij}\}$ позволяет определить пошаговое изменение вероятностей состояний от начального к установившемуся конечному. Такие процессы принято называть процессами с дискретным временем (хотя время при этом в явном виде отсутствует), а если вероятности переходов $\{p_{ij}\}$ не меняются при изменении вероятностей состояний, то марковская цепь считается *однородной*, в противном случае — *неоднородной*.

Цепи Маркова нашли широкое применение на практике, в частности, для оценки состояний СППЗ [15, 16]. Также была теоретически обоснована возможность учета влияния и предыдущих состояний на переход из одного состояния в другое, в результате чего появился термин «полумарковские цепи» [17, 18]. Однако оперирование вероятностями переходов $\{p_{ij}\}$ представляет некоторую трудность: во-первых, не всегда возможно объективно определить эти вероятности, что вносит погрешность в оценку вероятностей состояний $\{S\}$, во-вторых, пошаговый процесс нахождения численных значений вероятностей состояний [8] трудоемкий и требует использования компьютерных средств, в-третьих, важно знать динамику изменения вероятностей состояний исследуемой системы как функцию времени t .

В этой связи гениальный советский математик Андрей Николаевич Колмогоров (1903–1987) в конце 20-х – начале 30-х гг. XX в. предложил свой подход, позволивший перейти от вероятностей переходов $\{p_{ij}\}$ к *интенсивностям* переходов $\{\lambda_{ij}\}$ (их можно интерпретировать как число событий в единицу времени), что в свою очередь позволило перейти к процессу с *непрерывным временем*, который описывается системой из n обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка:

$$\begin{cases} \frac{dp_1}{dt} = f_1(\lambda_{ij}, p_k); \\ \dots \\ \frac{dp_n}{dt} = f_n(\lambda_{ij}, p_k) \end{cases} \quad (1)$$

(для справки $\sum_{i=1}^n p_i = 1$).

³ ГОСТ Р 59636–2021. Национальный стандарт Российской Федерации. Установки пожаротушения автоматические. Руководство по проектированию, монтажу, техническому обслуживанию и ремонту. Методы испытаний на работоспособность (утв. и введен в действие Приказом Росстандарта от 24.08.2021 № 789-ст).

⁴ СП 485.1311500.2020. Системы противопожарной защиты. Установки пожаротушения автоматические. Нормы и правила проектирования. Утв. Приказом МЧС России от 31.08.2020 г. № 628.

⁵ СП 3.13130.2009. Системы противопожарной защиты. Система оповещения и управления эвакуацией людей при пожаре. Требования пожарной безопасности. Утв. и введен в действие приказом МЧС РФ от 25.03.2009 г. № 173.

⁶ СП 7.13130.2013. Отопление, вентиляция и кондиционирование. Требования пожарной безопасности. Утв. приказом МЧС РФ от 21.02.2013 г. № 116.

⁷ ГОСТ Р 22.7.01–2021. Национальный стандарт РФ. Безопасность в ЧС. Единая дежурно-диспетчерская служба. Основные положения.

Решение уравнений (1) при соответствующих начальных условиях позволяет найти динамику вероятностей состояний $p_1(t), \dots, p_n(t)$ и решать тем самым прикладные задачи, например оценить эффективность СППЗ. Следует отметить, что в ряде случаев решение уравнений (1) может быть получено в *аналитическом* (!) виде. На практике интерес представляет и нахождение вероятностей $p_1, \dots, p_n$ при установившемся режиме работы исследуемой системы, когда производные в левой части уравнений (1) равны 0. Тогда система дифференциальных уравнений (1) превращается в систему линейных алгебраических уравнений, что значительно упрощает расчеты. Вышеописанный подход нашел широкое применение в теории массового обслуживания [8, 19].

В данной статье представляется целесообразным рассмотреть применение однородной марковской цепи с непрерывным временем для исследования процесса эксплуатации АУП. В качестве примера была взята полумарковская цепь с шестью ($n = 6$) состояниями, приведенными в табл. 1, а граф переходов для которой представлен на рис. 2, а.

Система дифференциальных уравнений Колмогорова для полумарковской цепи [20], граф переходов которой приведен на рис. 2, а, имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_1}{dt} = -(\lambda_{12} + \lambda_{15})p_1 + \lambda_{21}p_2 + \lambda_{61}p_6; \\ \frac{dp_2}{dt} = \lambda_{12}p_1 - (\lambda_{21} + \lambda_{24})p_2; \\ \frac{dp_3}{dt} = -\frac{\lambda}{36}p_3 + \frac{\lambda}{43}p_4 + \frac{\lambda}{53}p_5; \\ \frac{dp_4}{dt} = \lambda_{24}p_2 - \lambda_{43}p_4; \\ \frac{dp_5}{dt} = \lambda_{15}p_1 - \lambda_{53}p_5; \\ \frac{dp_6}{dt} = \lambda_{36}p_3 - \lambda_{61}p_6, \end{array} \right. \quad (2)$$

где $\lambda_{12}, \lambda_{15}, \lambda_{21}, \lambda_{24}, \lambda_{36}, \lambda_{43}, \lambda_{53}, \lambda_{61}$ — интенсивности переходов, имеющие размерность, обратную единицам времени; сумма вероятностей $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1$.

Поскольку решение системы дифференциальных уравнений (2) при начальных условиях $p_1(0) = 1, p_2(0) = \dots = p_6(0) = 0$ возможно только численными методами, интерес представляет рассмотрение установившегося режима эксплуатации, когда производ-

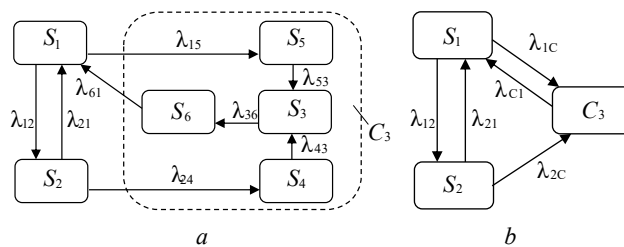


Рис. 2. Графы переходов — исходный (а) и оптимизированный (б)

Fig. 2. Transition graphs — initial (a) and optimized (b)

Таблица 1. Возможные состояния модульной АУП при ее эксплуатации

Table 1. Possible states of the modular automatic fire extinguishing systems (AFES) during its operation

Состояния Condition	Пояснение Explanation	Примечание Note
S_1	Нормальное функционирование — АУП в готовности Normal operation — AFES is ready	Рис. 2, а Fig. 2, a
S_2	Выведение АУП из эксплуатации, например, по причине ремонтных работ на защищаемом объекте Decommissioning of the AFES, for example, due to repair work on the protected object	
S_3	Проведение комплекса проверок АУП Conducting a set of inspections of the AFES	
S_4	Замена ОТВ и/или блоков, например, по причине истечения гарантийного срока Replacement of fire extinguishing agent and/or blocks, for example, due to expiration of the warranty period	
S_5	Восстановление АУП после срабатывания, либо замена АУП или ее блоков Restoration of the AFES after activation or replacement of the AFES or its blocks	
S_6	Установка АУП на защищаемом объекте Installation of the AFES on a protected object	
C_3	Обобщенное состояние, включающее состояния S_3/S_6 A generalized state that includes states S_3/S_6	Рис. 2, б Fig. 2, b

ные в левой части уравнений (2) равны 0. Тогда из (2) получаем систему из 6 линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 0 = -(\lambda_{12} + \lambda_{15})p_1 + \lambda_{21}p_2 + \lambda_{61}p_6; \\ 0 = \lambda_{12}p_1 - (\lambda_{21} + \lambda_{24})p_2; \\ 0 = -\lambda_{36}p_3 + \lambda_{43}p_4 + \lambda_{53}p_5; \\ 0 = \lambda_{24}p_2 - \lambda_{43}p_4; \\ 0 = \lambda_{15}p_1 - \lambda_{53}p_5; \\ 0 = \lambda_{36}p_3 - \lambda_{61}p_6. \end{cases} \quad (3)$$

Нелишне отметить, что правильность составления систем уравнений (2) и (3) может быть проконтролирована использованием табл. 2, куда помещены правые части этих систем уравнений: сумма столбцов в этой таблице должна быть нулевой. Как видим из табл. 2, системы уравнений (2) и (3) составлены правильно.

В рамках проведенного исследования удалось получить *явные* аналитические выражения для системы алгебраических уравнений (3):

$$\begin{cases} p_1 = \frac{\lambda_{21} + \lambda_{24}}{\lambda_{12}(1 + \lambda_{24}T_1) + (\lambda_{21} + \lambda_{24})(1 + \lambda_{15}T_2)}; \\ p_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21} + \lambda_{24}}p_1; \\ p_3 = \frac{1}{\lambda_{36}}\left(\lambda_{12} + \lambda_{15} - \frac{\lambda_{12}\lambda_{21}}{\lambda_{21} + \lambda_{24}}\right)p_1; \\ p_4 = \frac{\lambda_{24}}{\lambda_{43}} \cdot \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{21} + \lambda_{24}}p_1; \\ p_5 = \frac{\lambda_{15}}{\lambda_{53}}p_1; \\ p_6 = \frac{1}{\lambda_{61}}\left(\lambda_{12} + \lambda_{15} - \frac{\lambda_{12}\lambda_{21}}{\lambda_{21} + \lambda_{24}}\right)p_1, \end{cases} \quad (4)$$

где $T_1 = \lambda_{43}^{-1} + \lambda_{36}^{-1} + \lambda_{61}^{-1}$, $T_2 = \lambda_{53}^{-1} + \lambda_{36}^{-1} + \lambda_{61}^{-1}$.

При желании можно убедиться в выполнении условия: $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1$.

Таблица 2. Матрица оценки правильности систем уравнений (2) и (3)

Table 2. Correctness evaluation matrix of the systems of equations (2) and (3)

Номер Number	1	2	3	4	5	6
1	$-\lambda_{12} - \lambda_{15}$	λ_{21}	0	0	0	λ_{61}
2	λ_{12}	$-\lambda_{21} - \lambda_{24}$	0	0	0	0
3	0	0	$-\lambda_{36}$	λ_{43}	λ_{53}	0
4	0	λ_{24}	0	$-\lambda_{43}$	0	0
5	λ_{15}	0	0	0	$-\lambda_{53}$	0
6	0	0	λ_{36}	0	0	$-\lambda_{61}$
Σ	0	0	0	0	0	0

Следует также отметить, что для оценки эффективности эксплуатации АУП наиболее значимой будет вероятность p_1 состояния S_1 готовности АУП к применению. Для установившегося режима величину p_1 можно найти по первому выражению из (4) при заданных интенсивностях λ_{12} , λ_{15} , λ_{21} , λ_{24} , λ_{36} , λ_{43} , λ_{53} , λ_{61} .

Однако особый интерес представляет динамика вероятности $p_1(t)$. Как показано ранее, ее можно оценить путем численного решения системы дифференциальных уравнений (2), но в данной работе представлен метод получения *аналитического* выражения для динамики вероятности $p_1(t)$. Для этого граф переходов на рис. 2, а следует оптимизировать, сведя его к трехвершинному графу (рис. 2, б) и введя условное состояние C_3 , включающее в себя четыре исходных состояния S_3/S_6 . Оптимизированному графу переходов будет соответствовать система дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dp_1}{dt} = -(\lambda_{12} + \lambda_{15})p_1 + \lambda_{21}p_2 + \lambda_{1C}p_{c3}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \lambda_{12}p_1 - (\lambda_{21} + \lambda_{24})p_2; \\ \frac{dp_{c3}}{dt} = \lambda_{C1}p_1 + \lambda_{2C}p_2 - \lambda_{1C}p_{c3}, \end{cases} \quad (5)$$

где p_{c3} — вероятность состояния C_3 ; λ_{C1} , λ_{2C} , λ_{1C} — интенсивности переходов. Очевидно, $p_1 + p_2 + p_{c3} = 1$. Начальные условия, как и ранее: $p_1(0) = 1$, $p_2(0) = p_{c3}(0) = 0$.

Поскольку переходы из состояний S_1 и S_2 в состояние C_3 не зависят от этого состояния, можно положить $\mu_{13} = \lambda_{15}$ и $\mu_{23} = \lambda_{24}$. Из условия соответствия вероятностей: p_1 и p_2 из исходного графа (см. рис. 2, а) вероятностям p_1 и p_2 из оптимизированного графа (рис. 2, б), интенсивность перехода μ_{31} из состояния C_3 может быть найдена из выражения:

$$\mu_{31} = \frac{\lambda_{12}\lambda_{24} + \lambda_{15}(\lambda_{21} + \lambda_{24})}{\lambda_{12}\lambda_{24}T_1 + \lambda_{15}(\lambda_{21} + \lambda_{24})T_2}. \quad (6)$$

Тогда после преобразований выражений (5) может быть получено линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка:

$$\frac{d^2 p_1}{dt^2} + \Lambda_0 \frac{dp_1}{dt} + (\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3) p_1 = \Lambda_1, \quad (7)$$

где

$$\Lambda_0 = \lambda_{12} + \lambda_{15} + \lambda_{21} + \lambda_{24} + \lambda_{1C};$$

$$\Lambda_1 = \lambda_{1C}(\lambda_{21} + \lambda_{24});$$

$$\Lambda_2 = \lambda_{1C}\lambda_{12};$$

$$\Lambda_3 = \lambda_{15}(\lambda_{21} + \lambda_{24}) + \lambda_{12}\lambda_{24}.$$

Решение уравнения (8) при начальных условиях $p_1(0) = 1$ и $p_1'(0) = -\lambda_{12} - \lambda_{15}$ имеет вид:

$$p_1(t) = C_1 \exp(k_1 t) + C_2 \exp(k_2 t) + \frac{\Lambda_1}{\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3}, \quad (8)$$

где

$$k_1 = -0,5 \left(\Lambda_0 - \sqrt{\Lambda_0^2 - 4(\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3)} \right);$$

$$k_2 = -0,5 \left(\Lambda_0 + \sqrt{\Lambda_0^2 - 4(\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3)} \right);$$

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \frac{\Lambda_2 + \Lambda_3}{(\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3)(k_1 - k_2)} \begin{bmatrix} k_2 \\ k_1 \end{bmatrix} \pm \frac{\lambda_{12} + \lambda_{15}}{k_1 - k_2}.$$

Для вероятностей p_2 и p_{c3} при установившемся режиме ($t \rightarrow \infty$) будут справедливы выражения:

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ p_{c3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_2 \\ \Lambda_3 \end{bmatrix} (\Lambda_1 + \Lambda_2 + \Lambda_3)^{-1}. \quad (9)$$

Результаты и обсуждение

Возможности данного подхода могут быть проиллюстрированы на примере определения вероятностей состояний СППЗ в соответствии с табл. 1 и графом на рис. 2. Пусть известны следующие значения интенсивностей переходов (данные условные): $\lambda_{12} = 0,01 \text{ сут}^{-1}$, $\lambda_{15} = 0,003 \text{ сут}^{-1}$, $\lambda_{21} = 4 \text{ сут}^{-1}$, $\lambda_{24} = 0,03 \text{ сут}^{-1}$, $\lambda_{36} = 8 \text{ сут}^{-1}$, $\lambda_{43} = 2 \text{ сут}^{-1}$, $\lambda_{53} = 1 \text{ сут}^{-1}$, $\lambda_{61} = 5 \text{ сут}^{-1}$.

Тогда, проведя расчеты в соответствии с выражениями (4) для стационарного режима (ввиду ограниченности объема статьи приводятся только результаты), получаем значения вероятностей состояний: $p_1 = 0,993524$; $p_2 = 0,002465$; $p_3 = 0,000382$; $p_4 = 0,000037$; $p_5 = 0,002981$; $p_6 = 0,000611$. Таким образом, в установившемся режиме работы при вышеприведенных интенсивностях вероятность

Таблица 3. Динамика вероятностей состояний в соответствии с графом на рис. 2, б

Table 3. Dynamics of state probabilities in accordance with the graph in Fig. 2, b

lg t, сут lg t, days	p_1	p_2	p_{c3}
< -5	1.00000	.000000	.000000
-2,0	.999872	.000098	.000030
-1,7	.999748	.000192	.000060
-1,3	.999400	.000453	.000148
-1,0	.998887	.000823	.000290
-0,7	.998068	.001371	.000560
-0,3	.996592	.002145	.001263
0,0	.995438	.002427	.002135
0,3	.994396	.002467	.003137
0,7	.993612	.002466	.003922
1,0	.993526	.002465	.004008
∞	.993525	.002465	.004010

нахождения АУП в готовности к применению 99,35 %. Если данный уровень готовности требуется повысить еще более, то на основе 1-го выражения в (4) следует либо увеличить интенсивности λ_{21} и λ_{24} , либо снизить интенсивности λ_{12} и λ_{15} .

Особый интерес представляет оценка динамики вероятности $p_1(t)$ готовности АУП к применению. С учетом вышеприведенных интенсивностей (в том числе $\mu_{31} = 0,7617$) выражение (8) принимает вид:

$$p_1(t) = 0,00418 \exp(-0,7645t) + 0,002457 \exp(-4,0399t) + 0,993525. \quad (10)$$

Аналогичное выражение было получено и для динамики вероятности состояния S_2 :

$$p_2(t) = 1,231 \cdot 10^{-5} \exp(-0,7645t) - 0,002478 \exp(-4,0399t) + 0,002465. \quad (11)$$

Динамика вероятностей $p_1(t)$, $p_2(t)$ и $p_{c3}(t)$, соответствующих графу на рис. 2, б, приведена в табл. 3.

Выводы

Таким образом, в статье приведены основные положения теории цепей Маркова, и на примере процесса эксплуатации АУП (режим готовности, временного отключения, срабатывания, восстановления готовности и тестирования) показана возможность описания этого процесса с помощью полумарковской цепи для оценки вероятностей состояний АУП. Также показана возможность оптимизации цепи с целью ее упрощения и получения аналитических выражений динамики вероятностей состояний. Представленный подход может быть использован другими исследователями для решения аналогичных задач.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Alpert R.L.* Ceiling jet flows. *SFPE handbook of fire protection engineering*. 3rd ed. NFPA, 2002. Pp. 2–18 – 2–31. DOI: 10.1007/978-1-4939-2565-0_14
2. Бондар А.И., Мешалкин Е.А., Танклевский Л.Т., Таранцев А.А., Цариченко С.Г. Об особенностях применения автоматических установок сдерживания пожара // *Пожаровзрывобезопасность/Fire and explosion safety*. 2019. № 6. Т. 28. С. 71–79. DOI: 10.18322/PVB.2019.28.06.71-79
3. Markus E., Snegirev A., Kuznetsov E., Tanklevskiy L. Application of the thermal pyrolysis model to predict flame spread over continuous and discrete fire load // *Fire Safety Journal*. 2019. Vol. 108. P. 102825. DOI: 10.1016/j.firesaf.2019.102825
4. Маркус Е.С., Снегирев А.Ю., Кузнецов Е.А., Танклевский Л.Т., Аракчеев А.В. Численное моделирование распространения пламени по дискретной совокупности горючих материалов // *Пожаровзрывобезопасность/Fire and Explosion Safety*. 2019. Т. 28. № 4. С. 29–41. DOI: 10.18322/PVB.2019.28.04.29-41
5. Илюшов Н.Я. Автоматические установки пожаротушения. Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. 134 с.
6. Kobayashi Y., Terashima K., Oiwa R., Tokoro M., Takahashi S. Opposed-flow flame spread over carbon fiber reinforced plastic under variable flow velocity and oxygen concentration: the effect of in-plane thermal isotropy and anisotropy // *Proceedings of the Combustion Institute*. 2021. Vol. 38. No. 3. Pp. 4857–4866. DOI: 10.1016/J.PROCI.2020.06.380
7. Gao S., Zhu G., Gao Y., Zhou J. Experimental study on width effects on downward flame spread over thin PMMA under limited distance condition // *Case Studies in Thermal Engineering*. 2018. Vol. 13. P. 100382. DOI: 10.1016/j.csite.2018.100382
8. Вентцель Е.С. Исследование операций. М. : Сов. радио, 1972. 552 с.
9. Кемени Д., Снелл Д. Конечные цепи Маркова. М. : Наука, 1970. 271 с.
10. Романюк Е.В. Вероятностная модель управления технологическим процессом на основе Марковской цепи // *Моделирование сложных процессов и систем : сб. тр. секции № 10 XXXII Междунар. науч.-практ. конф. Химки : Академия гражданской защиты МЧС России, 2022. С. 57–60.*
11. Poznyak A.S., Najim K., Gomez-Ramirez E. Self-learning control of finite Markov chains // *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*. 2018. No. 17 (10). Pp. 801–803. DOI: 10.1002/acs.782
12. Gagnius Paul A. Markov chains: from theory to implementation and experimentation. USA, NJ : John Wiley & Sons, 2017. Pp. 2–8. DOI: 10.1002/9781119387596
13. Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. II: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. М. : МЦНМО, 2010. 295 с.
14. Танклевский Л.Т., Таранцев А.А., Зыбина О.А. Применение марковских цепей к задачам поддержания готовности организационных и технических систем // *XXI век: итоги прошлого проблемы настоящего плюс*. 2023. № 2 (62). Т. 12. С. 26–34.
15. Танклевский Л.Т., Таранцев А.А., Бабинов И.А. Метод управления поддержанием готовности средств противопожарной защиты с использованием марковских цепей // *Вестник Санкт-Петербургского университета ГПС МЧС России*. 2022. № 4. С. 60–69.
16. Марков А.А. Распространение закона больших чисел на величины, зависящие друг от друга // *Известия физико-математического общества при Казанском университете*. 2-я серия. 1906. Т. 15. С. 135–156.
17. Королюк В.С., Броди С.М., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их применения // *Итоги науки и техники: Сер. Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика*. 1974. Т. 11. С. 47–97.
18. Краснов А.Ю. Статистические методы в инженерных исследованиях. СПб. : Университет ИТМО, 2022. 119 с.
19. Таранцев А.А. Инженерные методы теории массового обслуживания : 2-е изд. СПб. : Наука, 2007. 176 с.
20. Афанасьевский Л.Б., Горин А.Н., Чурсин М.А. Имитационное моделирование полумарковских процессов в системах с дискретными состояниями и непрерывным временем // *Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии*. 2019. № 3. С. 42–52.

REFERENCES

1. Alpert R.L. Ceiling Jet Flows. *SFPE Handbook of Fire Protection Engineering*. 3rd ed., NFPA. 2002; 2-18-2-31. DOI: 10.1007/978-1-4939-2565-0_14
2. Bondar A.I., Meshalkin E.A., Tanklevskiy L.T., Tarantsev A.A., Tsarichenko S.G. About the features of the use of automatic combat fire installations. *Fire and explosion safety*. 2019; 6(28):71-79. DOI: 10.18322/PVB.2019.28.06.71-79 (rus).

3. Markus E., Snegirev A., Kuznetsov E., Tanklevskiy L. Application of the thermal pyrolysis model to predict flame spread over continuous and discrete fire load. *Fire Safety Journal*. 2019; 108:102825. DOI: 10.1016/j.fire-saf.2019.102825
4. Markus E.S., Snegirev A.Yu., Kuznetsov E.A., Tanklevsky L.T., Arakcheev A.V. Numerical modeling of flame propagation over a discrete set of combustible materials. *Pozharovzryvobezopasnost'/Fire and Explosion Safety*. 2019; 28(4):29-41. DOI: 10.18322/PVB.2019.28.04.29-41 (rus).
5. Ilyushov N.Ya. *Automatic fire extinguishing installations*. Novosibirsk, NSTU Publishing House, 2016; 134. (rus).
6. Kobayashi Y., Terashima K., Oiwa R., Tokoro M., Takahashi S. Opposed-flow flame spread over carbon fiber reinforced plastic under variable flow velocity and oxygen concentration: the effect of in-plane thermal isotropy and anisotropy. *Proceedings of the Combustion Institute*. 2021; 38(3):4857-4866. DOI: 10.1016/J.PROCI.2020.06.380
7. Gao S., Zhu G., Gao Y., Zhou J. Experimental study on width effects on downward flame spread over thin PMMA under limited distance condition. *Case Studies in Thermal Engineering*. 2018; 13:100382. DOI: 10.1016/j.csite.2018.100382
8. Ventzel E.S. *Operations Research*. Moscow, Sov. Radio Publ., 1972; 552. (rus).
9. Kemeny D., Snell D. *Finite Markov chains*. Moscow, Nauka Publ., 1970; 271. (rus).
10. Romaniuk E.V. Probabilistic model of technological process control on the basis of Markov chain. *Modeling of complex processes and systems : Proceedings of the section № 10 of the XXXII International Scientific and Practical Conference*. Khimki, Academy of Civil Protection of EMERCOM of Russia, 2022; 57-60. (rus).
11. Poznyak A.S., Najim K., Gomez-Ramirez E. Self-learning control of finite Markov chains. *CRC Press*. 2018; 17(10):801-803. DOI: 10.1002/acs.782
12. Gagniuc Paul A. *Markov chains: from theory to implementation and experimentation*. USA, NJ, John Wiley & Sons, 2017; 2-8. DOI: 10.1002/9781119387596
13. Kelbert M.Y., Sukhov Y.M. *Probability and Statistics in Examples and Problems. Vol. II: Markov chains as a starting point of the theory of random processes and their applications*. Moscow, MCNMO, 2010; 295. (rus).
14. Tanklevskiy L.T., Tarantsev A.A., Zybina O.A. Application of Markov chains to the tasks of maintaining the readiness of organizational and technical systems. *XXI Century: Resumes of the Past and Challenges of the Present plus*. 2023; 2(62):12:26-34. (rus).
15. Tanklevskiy L.T., Tarantsev A.A., Babikov I.A. Control method for maintaining the readiness of fire protection equipment using Markov chains. *Bulletin of the St. Petersburg University of the Ministry of Emergency Situations of Russia*. 2022; 4:60-69. (rus).
16. Markov A.A. Spreading of the law of large numbers on the values depending on each other. *News of the Physics and Mathematics Society at Kazan University. 2nd series*. 1906; 15:135-156. (rus).
17. Korolyuk V.S., Brody S.M., Turbin A.F. Semi-Markov processes and their applications. *Results of science and technology: Ser. Probability theory. Mathematical statistics. Theoretical Cybernetics*. 1974; 11:47-97. (rus).
18. Krasnov A.Yu. *Statistical Methods in Engineering Research*. Saint Petersburg, ITMO University, 2022; 119. (rus).
19. Tarantsev A.A. *Engineering methods of mass service theory. 2nd ed.* Saint Petersburg, Nauka Publ., 2007; 176. (rus).
20. Afanasyevsky L.B., Gorin A.N., Chursin M.A. Simulation modeling of semi-Markov processes in systems with discrete states and continuous time. *Bulletin of the Voronezh State University. Ser. System analysis and information technology*. 2019; 3:42-52. (rus).

Поступила 20.01.2024, после доработки 16.02.2024;

принята к публикации 06.03.2024

Received January 20, 2024; Received in revised form February 16, 2024;

Accepted March 6, 2024

Информация об авторах

ТАНКЛЕВСКИЙ Леонид Тимофеевич, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой Высшей школы техносферной безопасности, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия, 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29; РИНЦ ID: 181476; Scopus AuthorID: 57192367552; ResearcherID: S-1901-2017; ORCID: 0000-0002-2769-0086; e-mail: tanklevskiy@gefest-spb.ru

ТАРАНЦЕВ Александр Алексеевич, д-р техн. наук, профессор, заведующий лабораторией, Институт проблем транспорта им. Н.С. Соломенко Российской академии наук, Россия,

Information about authors

Leonid T. TANKLEVSKIY, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Head of Department of Higher School of Technosphere Safety, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Polytechnicheskaya St., 29, Saint Petersburg, 195251, Russian Federation; ID RISC: 181476; Scopus AuthorID: 57192367552; ResearcherID: S-1901-2017; ORCID: 0000-0002-2769-0086; e-mail: tanklevskiy@gefest-spb.ru

Alexander A. TARANTSEV, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Head of Laboratory, Solomenko Institute of Transport Problems of the Russian Academy of Sciences, 12th Line VO, 13, Saint

199178, г. Санкт-Петербург, 12-я линия ВО, 13; РИНЦ ID: 664653; Scopus AuthorID: 57195636448; ResearcherID: K-2087-2018; ORCID: 0000-0003-1561-2483; e-mail: t__54@mail.ru

Petersburg, 199178, Russian Federation; ID RISC: 664653; Scopus AuthorID: 57195636448; ResearcherID: K-2087-2018; ORCID: 0000-0003-1561-2483; e-mail: t__54@mail.ru

БАЛАБАНОВ Иван Дмитриевич, аспирант, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия, 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29; РИНЦ ID: 980446; Scopus AuthorID: 57212561809; ResearcherID: GQH-8479-2022; ORCID: 0000-0002-1616-3504; e-mail: bid_home@mail.ru

Ivan D. BALABANOV, Postgraduate Student, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Polytechnicheskaya St., 29, Saint Petersburg, 195251, Russian Federation; ID RISC: 980446; Scopus AuthorID: 57212561809; ResearcherID: GQH-8479-2022; ORCID: 0000-0002-1616-3504; e-mail: bid_home@mail.ru

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: all authors have made an equivalent contribution to the preparation of the publication. The authors declare that there is no conflict of interest.